MATHEMATICS

ریاضی

FREE

CLASS VII
Part-2

جماعت ہفتم
حصہ-2

W4X4D9

D4P1C3

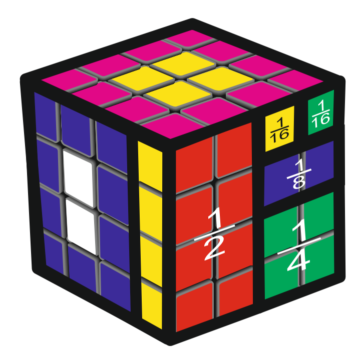
Published by : The Government of Telangana, Hyderabad.

ناشر : حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

MATHEMATICS PART-2 CLASS VII

ریاضی حصہ-2 جماعت ہفتم

$$a(b+c)=ab+ac$$



State Council of Educational Research and Training,
Telangana, Hyderabad.

ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق وتربیت، تلنگانہ، حیدرآباد

متوقع اکتسابی نتائج

ریاضی
MATHEMATICS

جماعت 7

متعلم.......

- چار بنیادی اعمال کے ذریعہ صحیح اعداد کے مسئلے کو حل کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی سے وابسطہ کسور،ناطق اعداد اور اعشاریائی مسئلے کو حل کرتا ہے۔
- مسئلے کو مختصر کرنے کے لیے اعداد کی قوت نما شکل کو استعمال کرتا ہے۔ بڑے اعداد کی تقسیم اور ضرب کو شامل کرتے ہوئے۔
- فیصد اور نسبت کے ذریعہ روزمرہ زندگیی سے متعلق مسئلے نفع، نقصان، سود حل کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی کے مسئلے کو حل کرتا ہے جسے ایک متغیر میں خطی مساواتیں
- دو قاطع خطوط سے بننے والے مختلف قسم کے زاویوں کی تشریح کرتا ہے۔
- مثلث کے اندرون اور بیرون بننے والے زاویوں کی تشریح کرتا ہے۔
- بہم پہنچائی گئی اطلاعات کے مطابق مثلثات کے مماثلت کو سمجھتا ہے جیسے (SSS،SAS،ASA،RHS)
- دی گئی پیمائشات کی مدد سے رولر اور پرکار کو استعمال کرتے ہوئے مثلثات کو بناتا ہے۔
- متوازی الاضلاع، مثلث اور معین کا رقبہ معلوم کرتا ہے۔ A کی قدر کو محسوب کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی کے ڈیٹا کا اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ محسوب کرتا ہے۔
- حقیقی زندگی میں 3D اشکال کی شناخت کرتا ہے جیسے کرّہ، مکعب، مکعب نما، استوانہ اور مخروط اور انکی اشکالی جال تیار کرتا ہے۔
- نقطہ تشاکل، گھماؤ تشاکل اور خط تشاکل کی تشریح کرتا ہے۔

పాఠశాల విద్యా శాఖ, తెలంగాణ ప్రభుత్వం

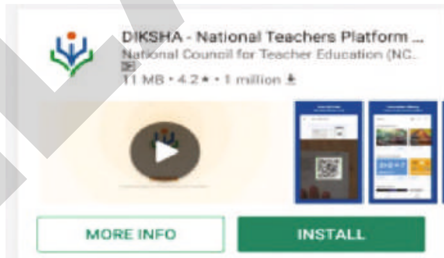
NCERT

Energized Text Books facilitate the students in understanding the concepts clearly, accurately and effectively. Content in the QR Codes can be read with the help of any smart phone or can as well be presented on the Screen with LCD projector/K-Yan projector. The content in the QR Codes is mostly in the form of videos, animations and slides, and is an additional information to what is already there in the text books.

This additional content will help the students understand the concepts clearly and will also help the teachers in making their interaction with the students more meaningful. At the end of each chapter, questions are provided in a separate QR Code which can assess the level of learning outcomes achieved by the students. We expect the students and the teachers to use the content available in the QR Codes optimally and make their class room interaction more enjoyable and educative.

Let us know how to use QR codes

In this textbook, you will see many printed QR (Quick Response) codes, such as
Use your mobile phone or tablet or computer to see interesting lessons, videos, documents, etc. linked to the QR code.

Step	Description
A.	**Use Android mobile phone or tablet to view content linked to QR Code:**
1.	Click on **Play Store** on your mobile/ tablet.
2.	In the search bar type **DIKSHA.**
3.	 will appear on your screen.
4.	Click **Install**
5.	After successful download and installation, Click **Open**
6.	Choose your prefered Language - Click **English**
7.	Click **Continue**
8.	Select **Student/ Teacher** (as the case may be) and Click on **Continue**
9.	On the top right, click on the QR code scanner icon and scan a QR code printed in your book OR Click on the search icon and type the code printed below the QR code, in the search bar ( )
10.	A list of linked topics is displayed
11.	Click on any link to view the desired content
B.	**Use Computer to view content linked to QR code:**
1.	Go to **https://diksha.gov.in/telangana**
2.	Click on **Explore DIKSHA-TELANGANA**
3.	Enter the code printed below the QR code in the browser search bar ( )
4.	A list of linked topics is displayed
5.	Click on any link to view the desired content

Mathematics
Class VII (Part-2)

TEXTBOOK DEVELOPMENT & PUBLISHING COMMITTEE

Chief Production Officer	:	**Smt.B. Seshu Kumari** Director, SCERT, Hyderabad.
Executive Chief Organiser	:	**Sri. B. Sudhakar,** Director, Govt. Text Book Press, Hyderabad.
Organising Incharge	:	**Dr. Nannuru Upender Reddy** Prof. Curriculum & Text Book Department, SCERT, Hyderabad.
Asst. Organising Incharge	:	**Sri. K. Yadagiri** Lecturer, SCERT, Hyderabad.

QR CODE TEAM

K9W2Y7

Published by:
The Government of Telangana, Hyderabad

Respect the Law
Get the Rights

Grow by Education
Behave Humbly

ریاضی
جماعت ہفتم (حصہ-2)

کمیٹی برائے فروغ واشاعت درسی کتاب

چیف ایگزیکیوٹیو آفیسر : شریمتی۔بی۔شیشوکماری
ڈائرکٹر ریاستی دارہ برائے تعلیمی تحقیق وتربیت آندھراپردیش، حیدرآباد۔

چیف ایگزیکیوٹیو آرگنائزر : شری۔بی۔سدھاکر
ڈائرکٹر گورنمنٹ ٹکسٹ بک پریس، حیدرآباد۔

آرگنائزنگ انچارج : ڈاکٹر این۔اوپیندرریڈی
پروفیسر شعبہ نصاب ودرسی کتب
ریاستی دارہ برائے تعلیمی تحقیق وتربیت' تلنگانہ، حیدرآباد۔

اسسٹنٹ آرگنائزنگ انچارج : شری۔کے۔یاداگری
لکچرر ریاستی دارہ برائے تعلیمی تحقیق وتربیت' حیدرآباد۔

ناشر:
حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

قانون کا احترام کریں — تعلیم کے ذریعے آگے پڑھیں
اپنے حقوق حاصل کریں — صبر و تحمل سے پیش آئیں

First Published 2012
New Impressions 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

Free distribution by Government of Telangana- 2022-23
یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے **2022-23**

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

— o —

Textbook Development Committee

Members

Dr. P. Ramesh, Lecturer, Govt. IASE, Nellore
Sri. M. Ramanjaneyulu, Lecturer, DIET, Vikarabad, Ranga Reddy
Sri. T.V. Rama Kumar, HM, ZPPHS, Mulumudi, Nellore
Sri. P. Ashok, HM, ZPHS, Kumari, Adilabad
Sri. P. Anthony Reddy, HM, St. Peter's High School, R.N.Peta, Nellore
Sri. S. Prasada Babu, PGT, APTWR School, Chandrashekarapuram, Nellore
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda
Sri. G. V. B. Suryanarayana Raju, SA, Municipal High School, Kaspa, Vizianagaram
Sri. S. Narasimha Murthy, SA, ZPHS, Mudivarthipalem, Nellore
Sri. P. Suresh Kumar, SA, GHS, Vijayanagar Colony, Hyderabad
Sri. K.V. Sunder Reddy, SA, ZPHS, Thakkasila, Alampur Mdl., Mababoobnagar
Sri. G. Venkateshwarlu, SA, ZPHS, Vemulakota, Prakasham
Sri. Ch. Ramesh, SA, UPS, Nagaram (M), Guntur.
Sri. P.D.L. Ganapathi Sharma, SA, GHS, Jamisthanpur, Manikeshwar Nagar, Hyderabad

Co-ordinators

Sri. K. Bramhaiah, Professor, SCERT, Hyderabad
Sri. Kakulavaram Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda

Editors

Smt.B. Seshu Kumari, Director, SCERT, Hyderabad.
Sri. K. Bramhaiah, Professor, SCERT, Hyderabad
Sri. P. Adinarayana, Retd., Lecturer, New Science College, Ameerpet, Hyderabad

Chairperson for Position Paper and
Mathematics Curriculum and Textbook Development

Professor V. Kannan, Dept. of Mathematics and Statistics, University of Hyderabad

Chief Advisor

Dr. H. K. Dewan , Education Advisor, Vidya Bhavan Society, Udaipur, Rajasthan.

Academic Support Group Members

Smt. Namrita Batra, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Inder Mohan Singh, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Yashwanth Kumar Dave, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Smt. Padma Priya Sherali, Community Mathematics Centre, Rishi Vally School, Chittoor
Kumari. M. Archana, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Sharan Gopal, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. P. Chiranjeevi, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Abbaraju Kishore, Teacher, MPUPS, Chemallamudi, Guntur

Illustration & Design Team

Sri. Prashanth Soni, Artist, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Shakir Ahammed, Operator, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. R. Madhusudhana Rao, Computer Operator, SCERT, A.P., Hyderabad

COVER PAGE DESIGNING

Sri. K. Sudhakara Chary, HM, UPS Neelikurthy, Mdl.Maripeda, Dist. Warangal

کمیٹی برائے تشکیل درسی کتاب

اراکین

شری۔ڈاکٹر پی۔رمیش، لکچرر گورنمنٹ IASE، نیلور

شری ٹی۔وی۔راما کمار، ہیڈ ماسٹر ZPHS ملومودی، نیلور

شری پی۔انتھونی ریڈی، ہیڈ ماسٹر سینٹ پیٹرس ہائی اسکول آر۔این۔پیٹا، نیلور

شری جی۔وی۔بی سوریانارینا راجو، اسکول اسسٹنٹ، میونپل ہائی اسکول، کاسپا، وجیانگرم

شری پی۔شریش کمار ایس اے۔GHS وجیانگر کالونی، حیدرآباد

شری جی۔وینکٹیشورلو، ایس۔اے۔ZPHS ویمولا

شری پی۔ڈی۔ایل گنپتی شرما، ایس۔اے۔GHS زمستان پور، حیدرآباد۔

شری ایم۔راما نجنیلو، لکچرر DIET وقار آباد، رنگاریڈی

شری پی۔اشوک، ہیڈ ماسٹر ZPHS کماری، عادل آباد

شری ایس۔پرساد بابو، PGT، APTWR اسکول، چندرا شیکھراپورم، نیلور

شری ایس۔نرسمہا مورتی ایس اے۔ZPHS مدیورتی پالیم، نیلور

شری کے۔وی۔سندر ریڈی، ایس۔اے۔ZPHS تکشا شلہ، عالم پور، محبوب نگر

شری سی ایچ۔رامیش، ایس۔اے۔UPS ناگارم منڈل، گنٹور

مترجمین

جناب ابوطاہر ایم۔اے شکور، ایس۔اے GBHS ملک پیٹ حیدرآباد

جناب محمد خواجہ مجتہدالدین، ایس۔اے۔ZPHS(U) جنگاؤں، ضلع ورنگل

جناب محمد عبدالعلیم، ایس۔اے۔GHS معظم شاہی حیدرآباد

جناب محمد علیم الدین ایس۔اے، ZPHS (U) پٹلور ضلع رنگاریڈی

جناب شیخ حبیب الرحمٰن، ایس۔اے۔GHS مکرّم پورہ، ضلع کریم نگر

جناب عبدالرؤف، ایس۔اے ZPHS گوداوری کھنی ضلع کریم نگر

جناب محمد تقی الدین، ایس۔اے۔GHS معظم شاہی حیدرآباد

جناب احمد علی طیب، ایس۔اے۔GHS, SMHM لنگر حوض، حیدرآباد

جناب سید نوید اختر ایس۔اے۔GHS کالی کمان حیدرآباد۔

جناب محمد اظہر اکبر، ایس۔اے (U) ZPHS مانا کنڈور، ضلع کریم نگر

محمد طالب محی الدین، ڈسٹرکٹ ریسورس پرسن، ضلع ورنگل۔

ایڈیٹرس (اُردو)

جناب خواجہ عظیم الدین، لکچرر IASE مانصاحب ٹینک، حیدرآباد۔

جناب محمد عبدالمناف، لکچرر CTE محبوب نگر

جناب میر سجاد حُسین، موظف، پرنسپل اسلامیہ بوائز ہائی اسکول، سکندرآباد

کوآرڈینیٹرس (اُردو)

جناب این۔ایوب حُسین، اسٹیٹ مائناریٹی کوآرڈینیٹر (اردو) راجیوودیا مشن آندھراپردیش حیدرآباد۔

جناب محمد افتخارالدین، کوآرڈینیٹر (اردو) ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق وتربیت تلنگانہ، حیدرآباد۔

چیر پرسن برائے پوزیشن پیپر، نصاب ریاضی و درسی کتاب کی تشکیل

پروفیسر وی۔کھنن، ڈیپارٹمنٹ آف میاتھامیٹکس اینڈ اسٹاٹسٹکس یونیورسٹی آف حیدرآباد

چیف اڈویزر

ڈاکٹر ایچ۔کے۔دیوان، ایجوکیشن اڈویزر، ودیا بھوان سوسائٹی، اُدیپور، راجستھان

ڈی۔ٹی۔پی۔اینڈ لے آوٹ ڈیزائننگ

ٹی۔محمد مصطفےٰ، حبیب کمپیوٹرس اینڈ ڈی ٹی پی آپریٹرس، بھولکپور، مشیرآباد، حیدرآباد۔

محمد ایوب احمد ناصرؔ، ایس اے، ضلع پریشد ہائی اسکول (اردو) آتماکور، ضلع ونپرتی۔

FOREWORD

State Curriculum Frame Work (SCF-2011) recommends that childrens' life at schools must be linked to their life outside the school. The Right To Education Act (RTE-2009) perceives that every child who enters the school should acquire the necessary skills prescribed at each level upto the age of 14 years. Academic standards were developed in each subject area accordingly to maintain the quality in education. The syllabi and text books developed on the basis of National Curriculum Frame work 2005 and SCF-2011 signify an attempt to implement this basic idea.

Children after completion of Primary Education enter into the Upper Primary stage. This stage is a crucial link for the children to continue their secondary education. We recognise that, given space, time and freedom, children generate new knowledge by exploring the information passed on to them by the adults. Inculcating creativity and initiating enquiry is possible if we perceive and treat children as participants in learning and not as passive receivers. The children at this stage possess characteristics like curiosity, interest, questioning, reasoning, insisting proof, accepting the challenges etc., Therefore the need for conceptualizing mathematics teaching that allows children to explore concepts as well as develop their own ways of solving problems in a joyful way.

We have begun the process of developing a programme which helps children understand the abstract nature of mathematics while developing in them the ability to construct own concepts. The concepts from the major areas of Mathematics like Number System, Arithmetic, Algebra, Geometry, Mensuration and Statistics are provided at the upper primary stage. Teaching of the topics related to these areas will develop the skills prescribed in academic standards such as problem solving, logical thinking, expressing the facts in mathematical language, representing data in various forms, using mathematics in daily life situations.

The textbooks attempt to enhance this endeavor by giving higher priority and space to opportunities for contemplation and wondering, discussion in small groups and activities required for hands on experience in the form of 'Do This' , 'Try This' and 'Projects'. Teachers support is needed in setting of the situations in the classroom. We also tried to include a variety of examples and opportunities for children to set problems. The book attempts to engage the mind of a child actively and provides opportunities to use concepts and develop their own structures rather than struggling with unnecessarily complicated terms and numbers. The chapters are arranged in such a way that they help the Teachers to evaluate every area of learning to comperehend the learning progress of children and in accordance with Continuous Comprehensive Evaluation (CCE).

The team associated in developing the textbooks consists of many teachers who are experienced and brought with them view points of the child and the school. We also had people who have done research in learning mathematics and those who have been writing textbooks for many years. The team tried to make an effort to remove fear of mathematics from the minds of children through their presentation of topics.

I wish to thank the national experts, university teachers, research scholars, NGOs, academicians, writers, graphic designers and printers who are instrumental to bring out this textbook in present form. I hope the teachers will make earnest effort to implement the syllabus in its true spirit and to achieve academic standards at the stage.

The process of developing materials is a continuous one and we hope to make this book better. As an organization committed to systematic reform and continuous improvement in quality of its products, SCERT, welcomes comments and suggestions which will enable us to undertake further revision and refinement.

B. Seshu kumari
DIRECTOR
SCERT, Hyderabad

Place: Hyderabad
Date: 28 January 2012

پیش لفظ

ریاستی درسیاتی خاکہ- 2011 (APSCF - 2011) اس بات کی جانب اشارہ کرتا ہے کہ بچوں کی اسکولی زندگی ان کی روزمرہ زندگی سے مربوط ہو۔قانون حق تعلیم 2009 یہ کہتا ہے کہ اسکول میں داخلہ لینے والا ہر بچہ متعلقہ سطح کی درکار مہارتوں کو حاصل کرے۔ان سب باتوں کے پیش نظر تعلیم میں معیار کے حصول کے لئے ہر مضمون کے تحت تعلیمی معیارات ترتیب دیئے گئے ہیں۔

قومی درسیاتی خاکہ 2005 کی بنیادی مقاصد پر عمل آوری کی اہمیت کو مدنظر رکھ کر، ریاستی درسیاتی خاکہ 2011 کے مطابق ریاضی کا نصاب اور درسی کتب ترتیب دی گئی ہیں۔

بچے تحتانوی تعلیم مکمل کر کے، وسطانوی سطح میں قدم رکھتے ہیں۔ یہ سطح ثانوی تعلیم کو جاری رکھنے کا اہم ذریعہ ہوتی ہے۔ بچے آزادانہ طور پر بڑے بزرگوں، اشیاء، ہم عمر ساتھیوں سے ردعمل ظاہر کرتے ہیں۔ہم اس بات سے بھی واقف ہیں کہ بچے مختلف حالات ومناظر میں ایک دوسرے سے تعاون کا موقع حاصل ہونے پر انکشاف کے ذریعہ نئی معلومات یا علم تشکیل دیتے ہیں۔اگر ہم ایسا تصور کرتے ہیں کہ بچے خاموش سامع کی طرح معلومات حاصل کرنے والے نہیں بلکہ اکتسابی عمل میں شراکت دار ہوتے ہیں تب ان میں تخلیقی صلاحیت ودلچسپی کو فروغ دیا جانا ممکن ہو پائے گا۔ بچے اس مرحلے میں دلچسپی، سرگرمی، سوالات کرنے کا رجحان، حقائق جاننے، چیلنجس قبول کرنے جیسی خصوصیات کے حامل ہوتے ہیں۔اسی لئے خوشگوار انداز میں بچے مختلف تصورات کے انکشاف کے لئے اپنے خود کے انداز میں مسائل کے حل میں معاون ریاضی کی تدریس کو فروغ دینے کی ضرورت آن پڑی ہے۔ مجرد تصورات کے حامل ریاضی کے تصورات سے بچے واقف ہوکر، خود سے ریاضی کے علم کی تشکیل کرنے کی صلاحیت میں معاون طریقوں کو فروغ دینے کے پروگرام کا ہم نے آغاز کیا ہے۔

ریاضی کے اہم مضامین جیسے عددی نظام، حساب، الجبراء، جیومیٹری، مساحت اور شماریات کو وسطانوی سطح کے نصاب میں شامل کیا گیا ہے۔

ان موضوعات سے متعلق تدریس کے ذریعہ مسئلہ کا حل، منطقی غور وفکر، مسلمہ حقائق کو ریاضی کی زبان میں اظہار کرنا، اکھٹا کردہ معلومات کا تجزیہ کرنا، مختلف شکلوں میں پیش کرنا، روزمرہ زندگی میں ریاضی کا استعمال جیسے متعینہ تعلیمی معیارات اور مہارتیں فروغ پاتی ہیں۔کتاب میں شامل یہ کیجئے، کوشش کیجئے، مفروضات جیسے نکات کو بہت زیادہ اہمیت دی گئی ہے، تاکہ بچوں کو یہ کتاب خود سے سیکھنے اور گروہی طور پر کوشش کرنے کا موقع فراہم ہو۔

اس کتاب میں آسان زبان واصطلاحات استعمال کئے گئے ہیں جو بچوں کے شعور وریاضی کے تصورات کو استعمال کرنے مابعد خود سے ریاضی کی نوعیت کو قائم کرنے کے مواقع فراہم کریں گے۔درسی کتاب میں دی گئی مختلف مثالیں بچوں کو خود سے مسئلے ترتیب دینے میں معاون ہوں گے۔ان تمام کو کامیابی سے ہمکنار کرنے کے لئے معلم کو ضروری ہے کہ وہ کمرۂ جماعت میں مناسب وموزوں حالات پیدا کرے اور درکار تعاون پیش کرے۔ جانچ کو بھی اکتسابی عمل کا ایک حصہ مان کر درسی کتاب میں ایسے ابواب شامل کئے گئے ہیں جن میں ہر ایک اکتسابی نکتے کا مسلسل جامع جانچ کے ذریعہ اندازہ لگایا جاسکتا ہے۔

اس کتاب کی ترتیب میں ماہرین مضمون، عرصہ دراز سے ریاضی کی تدریس/تحقیق اور تدوین میں مہارت رکھنے والے اساتذہ نے حصہ لیا ہے۔ان تمام نے بچوں میں ریاضی کے تئیں خوف کو دور کرنے کی کوشش کی ہے۔اس کتاب کی آخری صورت گری میں معاون قومی سطح کے ماہرین مضمون، یونیورسٹی پروفیسرس، ریسرچ اسکالرس، غیر سرکاری ادارے، صدور مدارس، مصنّفین، طلباء اشاعتی ادارے اور کتابی ترتیب کے ماہرین کا خصوصی طور پر شکریہ ادا کرتی ہوں۔

میں اس بات کی اُمید رکھتی ہوں کہ اساتذہ اکرام اس کتاب میں شامل نکات کے ذریعہ تعلیمی معیارات کے حصول میں دل وجان سے کوشش کریں گے۔

درسی کتاب کا فروغ ایک مسلسل عمل ہے تمام کی کوششوں کے نتیجہ میں یہ کتاب تیار ہوئی ہے، ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق وتربیت آندھراپردیش ایک ذمہ دار ادارے کے طور پر تنظیمی اصلاحات کے ذریعہ معیاری کتابیں فراہم کرنے کی کوشش کر رہا ہے۔اس کے تحت ریاضی سے دلچسپی رکھنے والے افراد سے مناسب مشورے و تجاویز کا خیرمقدم کرتا ہے۔ان تجاویز ومشوروں کو قبول کرتے ہوئے مزید معیاری کتب فراہم کرنے کی کوشش کی جائے گی۔

تاریخ:- 28-01-2012

مقام:- حیدرآباد

بی.شیشوکماری

ڈائرکٹر، ریاستی کونسل برائے تعلیمی تحقیق وتربیت

حیدرآباد۔

NATIONAL ANTHEM

- Rabindranath Tagore

Jana-gana-mana-adhinayaka, jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Punjab-Sindh-Gujarat-Maratha
Dravida-Utkala-Banga
Vindhya-Himachala-Yamuna-Ganga
Uchchhala-jaladhi-taranga.
Tava shubha name jage,
Tava shubha asisa mage,
Gahe tava jaya gatha,
Jana-gana-mangala-dayaka jaya he
Bharata-bhagya-vidhata.
Jaya he! jaya he! jaya he!
Jaya jaya jaya, jaya he!!

PLEDGE

- Pydimarri Venkata Subba Rao

"India is my country. All Indians are my brothers and sisters.

I love my country, and I am proud of its rich and varied heritage. I shall always strive to be worthy of it.

I shall give my parents, teachers and all elders respect, and treat everyone with courtesy. I shall be kind to animals.

To my country and my people, I pledge my devotion. In their well-being and prosperity alone lies my happiness."

قومی ترانہ

– رابندرناتھ ٹیگور

جن گن من ادھی نایک جیا ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
پنجاب، سندھ، گجرات، مراٹھا، ڈراوڈ، اتکل، ونگا
وندھیا، ہماچل، یمنا، گنگا، اُچ چھل جل دھی ترنگا
تواشبھ نامے جاگے، تواشبھ آشش ماگے
گاہے تو جیا گاتھا
جن گن منگل دایک جیا ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
جیا ہے، جیا ہے، جیا ہے
جیا جیا جیا جیا ہے

عہد

– پَئی ڈیمرّی وینکٹاسبّاراؤ

ہندوستان میرا وطن ہے۔ تمام ہندوستانی میرے بھائی بہن ہیں۔ مجھے اپنے وطن سے پیار ہے اور میں اس کے عظیم اور گونا گوں ورثے پر فخر کرتا ہوں/کرتی ہوں۔ میں ہمیشہ اس ورثے کے قابل بننے کی کوشش کرتا رہوں گا/کرتی رہوں گی۔ اپنے والدین، استادوں اور بزرگوں کی عزت کروں گا/کروں گی اور ہر ایک کے ساتھ خوش اخلاقی کا برتاؤ کروں گا/کروں گی۔ میں جانوروں کے تئیں رحم دلی کا برتاؤ رکھوں گا/رکھوں گی۔ میں اپنے وطن اور ہم وطنوں کی خدمت کے لیے اپنے آپ کو وقف کرنے کا عہد کرتا ہوں/کرتی ہوں۔

PREAMBLE

THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a **SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC** and to secure to all its citizens:

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation;

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

بھارت کا آئین

ہم بھارت کے عوام متانت وسنجیدگی سے عزم کرتے ہیں کہ بھارت کو ایک مقتدر سماج وادی، غیر مذہبی، عوامی جمہوریہ بنائیں اوراس کے تمام شہریوں کے لیے حاصل کریں۔

انصاف سماجی، معاشی اور سیاسی

آزادی خیال، اظہار، عقیدہ، دین اور عبادت

مساوات بہ اعتبار حیثیت اور موقع اور ان سب میں

اخوت کو ترقی دیں جس سے فرد کی عظمت اور قوم کے اتحاد اور سالمیت کا تیقن ہو۔

اپنی آئین ساز اسمبلی میں آج چھبیس نومبر 1949 کو یہ آئین ذریعہ ہذا اختیار کرتے ہیں، وضع کرتے ہیں اور اپنے آپ پر نافذ کرتے ہیں۔

Subs. by the constitution [Forty-second Amendment] Act, 1976, Sec.2, for “Sovereign Democratic Republic” (w.e.f. 3.1.1977)

Subs. by the constitution [Forty-second Amendment] Act, 1976, Sec.2, for “Unity of the Nation” (w.e.f. 3.1.1977)

MATHEMATICS

Class VII (Part-2)

Novermber

Page No.	Syllabus to be covered during	Contents	S. No.
2 3	November نومبر	Construction of Triangles مثلثات کی بناوٹ	.9
22 23	November نومبر	Algebraic Expressions الجبری عبارتیں	.10
60 61	December ڈسمبر	Powers and Exponents قوت اور قوت نما	.11
92 93	December ڈسمبر	Quadrilaterals چار ضلعی	.12
128 129	January جنوری	Area and Perimeter رقبہ اور احاطہ	.13
168 169	February فروری	Understanding 3D and 2D Shapes دو ابعادی سہ ابعادی اشکال کی تفہیم	.14
192 193	February فروری	Symmetry تشاکل	.15

CONSTRUCTION OF TRIANGLES

9

W2U1Z3

9.0 Introduction

You will learn how to construct triangles in this chapter. A triangle can be drawn if you know the elements that are required for two triangles to be congruent. Thus, a triangle can be drawn in any of the situations given below i.e., if we know the-

(i) Three sides of the triangle.

(ii) Two sides and the angle included between them.

(iii) Two angles and the side included between them.

(iv) Hypotenuse and one adjacent side of a right-angled triangle.

A triangle can also be drawn if two of its sides and a non-included angle are given. So, we require three independent measurements to construct a triangle.

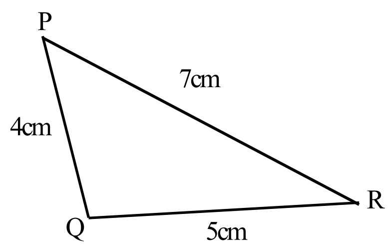
Let us learn to construct triangles in each of the above cases.

9.1 Construction of a triangle when measurements of the three sides are given.

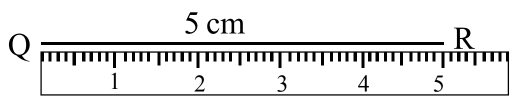
In the construction of any geometrical figure, drawing a rough sketch first, helps in indentifying the sides. So we should first draw a rough sketch of the triangle we want to construct and label it with the given measurements.

Example 1: Construct a Δ PQR with sides PQ = 4 cm, QR = 5 cm and RP = 7 cm.

STEP 1 : Draw a rough sketch of the triangle and label it with the given measurements.



STEP 2 : Draw a line segment QR of length 5 cm.



9 مثلثات کی بناوٹ
Construction of Triangles

9.0 تمہید

اس باب میں آپ مثلثات کس طرح بنائے جاتے ہیں سیکھیں گے۔ مثلث بنانے کیلئے تین پیمائش کافی ہیں جو کہ دو مثلثات کی مماثلت کی جانچ کے لیے لی جاتی ہیں۔یعنی مثلث کی بناوٹ حسب ذیل پیمائش کے دیئے جانے پر کی جاسکتی ہے۔

(i) تین ضلعوں کی پیمائش

(ii) دوضلعےاوران کادرمیانی زاویہ

(iii) دوزاویےاوران کادرمیان ضلع

(iv) وتر اورقائم زاویہ کاایک متصلہ ضلع

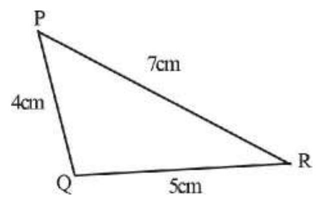
اگر دوضلعےاوران کا درمیانی زاویہ نہ دیا جائے تب بھی مثلث بنایا جاسکتا ہے۔لہذا مثلثات کی بناوٹ کے لیے تین آزادانہ پیمائشات کی ضرورت ہوتی ہے۔آ ئیے ہم مثلثات کی مختلف صورتوں میں بناوٹ کس طرح کی جاتی ہے سیکھیں گے۔

9.1 مثلث کی بناوٹ جبکہ تین ضلعوں کی پیمائش دی جائے۔(S S S)

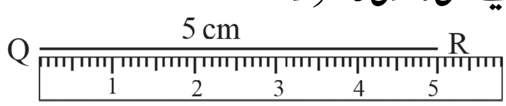
کسی بھی جیومٹری شکل بنانے کیلئے پہلے اس شکل کا کچا خاکہ (Rough figure) ضروری ہے۔اور یہ کچا خاکہ شکل بنانے میں ہماری رہنمائی کرتا ہے۔لہذا ہم جس مثلث کی بناوٹ کررہے ہیں اس کا پہلے کچا خاکہ بنا کردیے گئے پیمائشات کی نشاندہی کرنا ہوگا۔

مثال1:۔ مثلث PQR بنایئے اسطرح کہ PQ = 4cm سمر QR = 5 اور سمر RP = 7

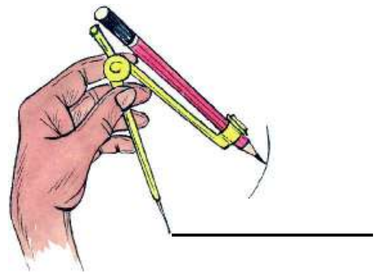
مرحلہ 1:۔ مثلث کا کچا خاکہ بنا کراس کی پیمائش درج کیجئے۔

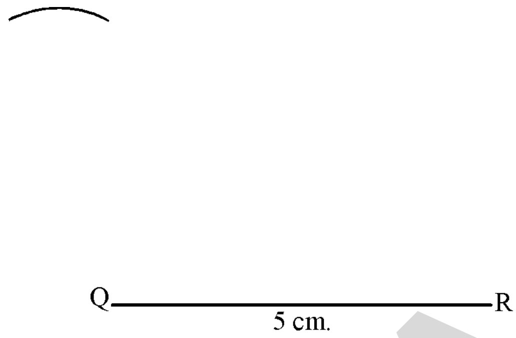


مرحلہ 2: خطی قطعہ QR بنایئے جس کا طول 5 سمر ہو۔

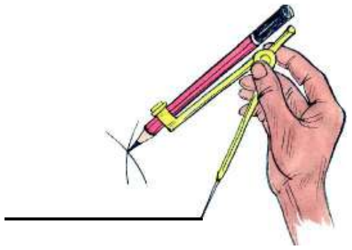


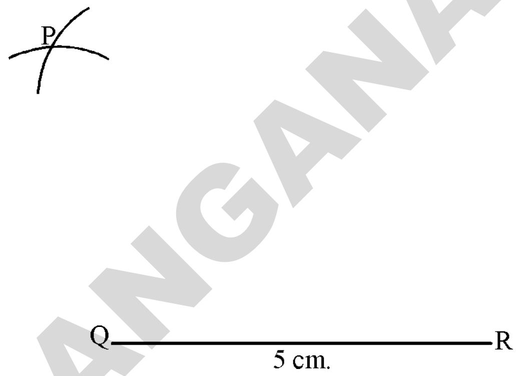
STEP 3 : With centre Q, draw an arc of radius 4 cm.



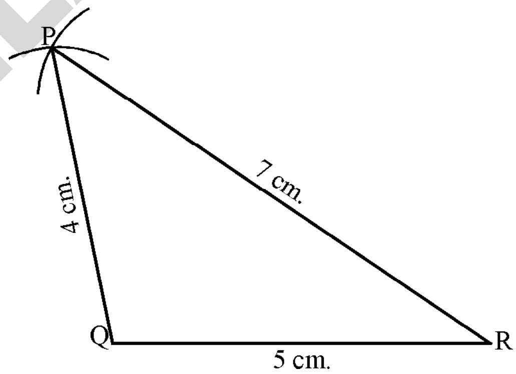


STEP 4 : Since P is at a distance of 7 cm from R, draw another arc from R with radius 7 cm such that it intersects first arc. Mark the intersection point as P.





STEP 5 : Join Q,P and P,R. The required Δ PQR is constructed.



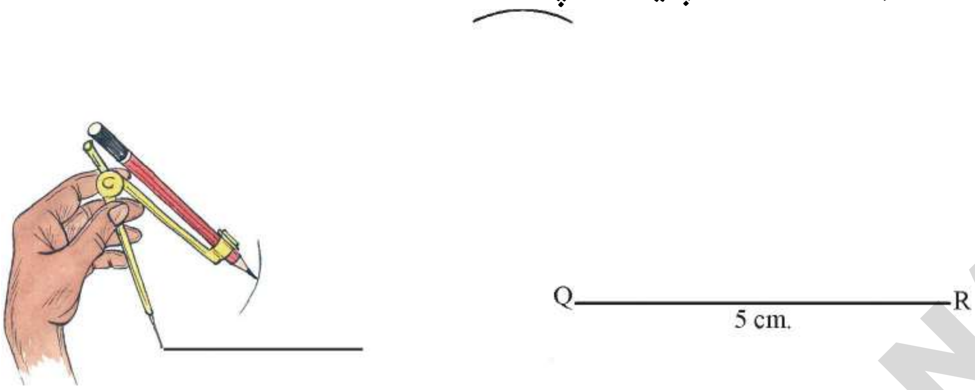
Try This

1. Construct a triangle with the same measurements given in above example, taking PQ as base. Are the triangles congruent?

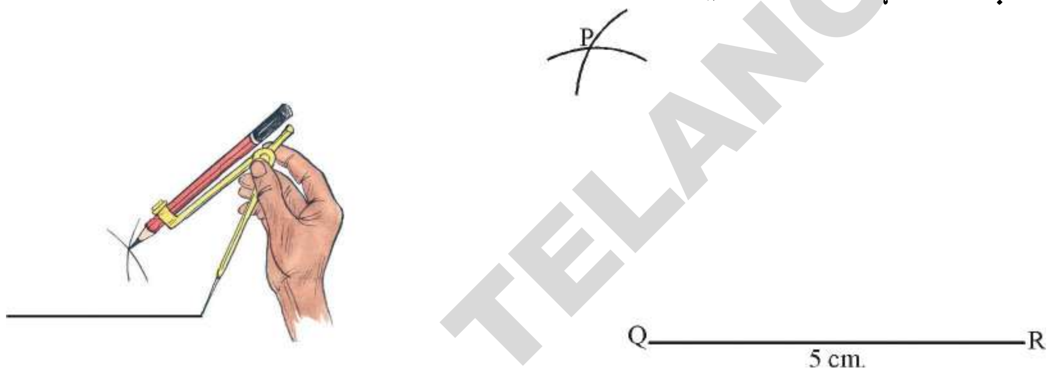
2. Construct a Δ PET, PE = 4.5 cm, ET = 5.4 cm and TP = 6.5 cm in your notebook.

   Now construct Δ ABC, AB = 5.4 cm, BC = 4.5 cm and CA = 6.5 cm on a piece of paper. Cut it out and place it on the figure you have constructed in your note book. Are the triangles congruent? Write your answer in your notebook using mathematical notation.

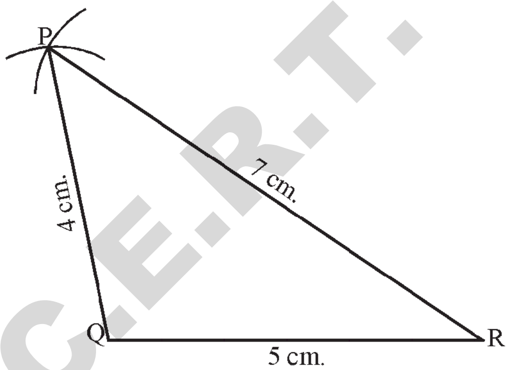
مرحلہ 3: Q کو مرکز مان کر 4 سم فاصلے پر ایک قوس کھینچئے۔



مرحلہ 4: نقطہ p چونکہ نقطہ R سے 7 سم کے فاصلے پر ہے، لہٰذا R کو مرکز بنا کر 7 سم کے فاصلے پر ایک اور قوس کھینچئے جو پہلی قوس کو نقطہ P پر قطع کرتی ہے p کی نشاندہی کیجیے۔



مرحلہ 5: QP اور PR کو ملانے پر مطلوبہ مثلث PQR حاصل ہوگا۔



کوشش کیجیے۔

1۔ درج بالا پیمائش کا ایک مثلث بنائیے جسمیں PQ قاعدہ ہو۔ کیا یہ دو مثلثات مماثل ہوں گے؟

2۔ ایک مثلث PET بنائیے اسطرح کہ PE = 4.5cm ، ET = 5.4 اور TP = 6.5cm ہو۔ ایک کاغذ پر مثلث ABC بنائیے اسطرح کہ AB = 5.4cm ، BC=4.5cm اور CA=6.5cm ہو۔ مثلث ABC کو کاٹ لیجئے اور مثلث PET پر رکھئے۔ کیا یہ دو مثلثات مماثل ہوں گے؟ اپنا جواب کو ریاضیاتی طور پر ظاہر کیجیے۔

Exercise - 1

1. Construct ΔABC in which AB = 5.5 cm, BC = 6.5 cm and CA = 7.5 cm.
2. Construct ΔNIB in which NI = 5.6 cm, IB = 6 cm and BN = 6 cm. What type of triangle is this?
3. Construct an equilateral ΔAPE with side 6.5 cm.
4. Construct a ΔXYZ in which XY = 6 cm, YZ = 8 cm and ZX = 10 cm. Using protractor find the angle at X. What type of triangle is this?
5. Construct ΔABC in which AB = 4 cm, BC = 7 cm and CA= 3 cm. Which type of triangle is this?
6. Construct ΔPEN with PE = 4 cm, EN = 5 cm and NP = 3 cm. If you draw circles instead of arcs how many points of intersection do you get? How many triangles with given measurements are possible? Is this true in case of every triangle?

Try This

Sushanth prepared a problem: Construct ΔXYZ in which XY = 2 cm, YZ = 8 cm and XZ = 4 cm.

He also drew the rough sketch as shown in Figure 1.

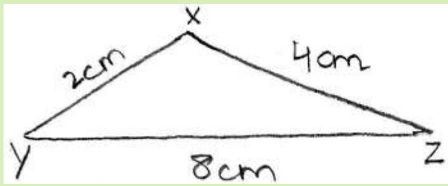


Figure 1

Reading the problem, Srija told Sushanth that it would not be possible to draw a triangle with the given measurements.

However, Sushanth started to draw the diagram as shown in Figure 2.

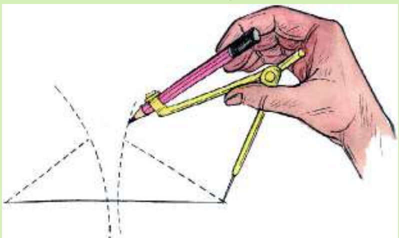


Figure 2

Check whether Sushanth can draw the triangle. If not why? Discuss with your friends.

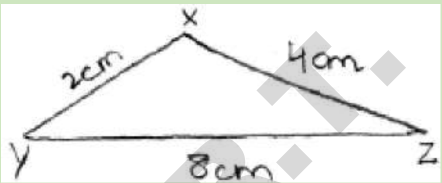
What property of triangles supports Srija's idea?

مشق - 1

1. مثلث ABC بنائیے جس میں BC=6.5cm AB=5.5cm اور CA = 7.5cm
2. مثلث NIB اسطرح بنائیے کہ IB = 6cm, NI = 5.6cm اور BN = 6cm ہو یہ کونسا مثلث بنے گا؟
3. APE مساوی الاضلاع مثلث بنائیے جسکا ضلع 6.5 سمر ہو۔
4. مثلث XYZ بنائیے اسطرح کہ Y= 8cm, XY = 6cm اور ZX = 10cm ہو چاندے کی مدد سے X زاویہ کی پیمائش کیجئے اور بتلائیے کہ یہ کونسا مثلث ہے؟
5. ABC اسطرح بنائیے کہ BC = 7cm, AB = 4cm اور CA = 3cm بتلائیے کہ یہ مثلث کس قسم کا ہے؟
6. مثلث PEN بنائیے جسمیں EN = 5cm , PE = 4cm اور NP = 3cm ہیں۔ اگر آپ قوس کے بجائے دائرہ بنائیں تو یہ کتنے نقطوں پر قطع کرے گا۔ اس پیائش سے کتنے مثلثات بنائے جاسکتے ہیں: کیا یہ تمام قسم کے مثلثات پر لاگو ہوگا؟

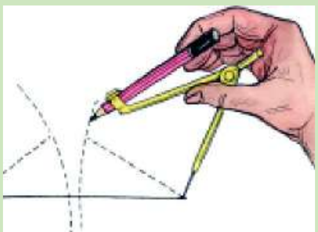
کوشش کیجئے۔

1۔ یونس نے ایک سوال بنایا۔ :مثلث XYZ میں XY = 2cm, YZ= 8cm اور XZ = 4cm سمر اس نے اس مثلث کا کچا خاکہ بھی بنایا۔ جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا ہے۔



شکل (1)

سوال پڑھ کر یوسف نے کہا کہ اس پیائش سے مثلث بنانا ممکن نہیں۔
لیکن یونس نے مثلث بنانا شروع کیا جیسا کہ شکل-2 میں بتلایا گیا ہے

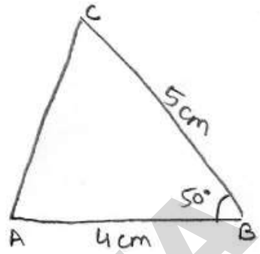

شکل (2)

تصدیق کیجئے کہ کیا یونس مثلث بنا سکتا ہے؟ اگر نہیں تو کیوں؟ اپنے ساتھیوں سے گفتگو کیجئے۔ یوسف کے مطابق مثلث کیلئے کیسی پیائش چاہئے۔

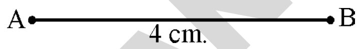
9.2 Construction of a triangle with two given sides and the included angle.

Example 2 : Construct ΔABC in which $AB = 4$ cm, $BC = 5$cm and $\angle B = 50°$.

STEP 1 : Draw a rough sketch of a triangle and label it with the given measurements.

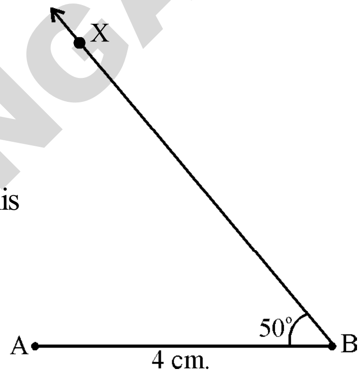


STEP 2 : Draw a line segment AB of length 4 cm.

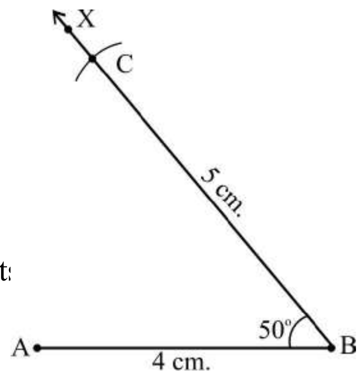


STEP 3 : Draw a ray $\overrightarrow{BX}$ making an angle 50° with AB.

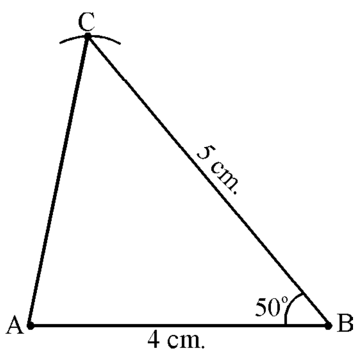
(Use protractor from your geometry box to measure this angle.)



STEP 4 : Draw an arc of radius 5 cm from B, such that it intersects ray $\overrightarrow{BX}$. Mark the intersection point as C.



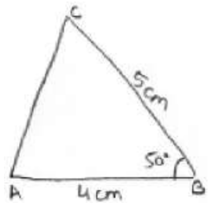
STEP 5 : Join C, A to get the required ΔABC.



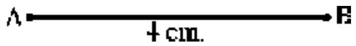
9.2 مثلث کی بناوٹ جبکہ دوضلعے اوران کا درمیانی زاویہ دیا جائے۔

مثال2:- $AB = 4cm$ ، $BC = 5cm$ اور $\angle B = 50^{O}$ کی پیمائش سے مثلث ABC بنائیے۔

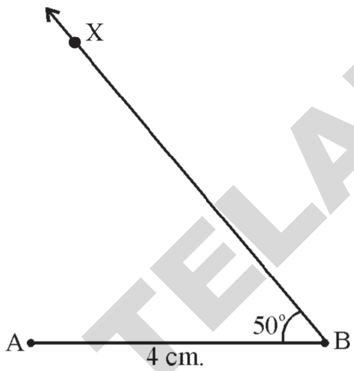
مرحلہ 1: ان پیمائشات کی مدد سے ایک کچا خاکہ بنائیے۔



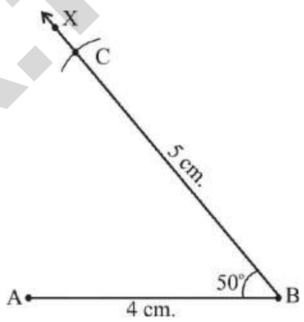
مرحلہ 2: $AB = 4$ ایک خطی قطعہ بنائیے۔



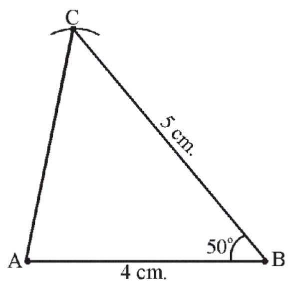
مرحلہ 3: ایک شعاع $\overrightarrow{BX}$ اسطرح بنائیے کہ AB کے ساتھ 50^{O} کا زاویہ بناتا ہو



مرحلہ 4 B کو مرکز بنا کر $\overrightarrow{BX}$ پر 5 سم کے فاصلہ پر ایک قوس بنائیے جو نقطہ C پر قطع کرتی ہو۔



مرحلہ 5 A اور C کو ملائیے۔ مطلوبہ مثلث ABC بن جائے گا۔



Exercise - 2

1. Draw ΔCAR in which CA = 8 cm, $\angle$A = 60° and AR = 8 cm. Measure CR, $\angle$R and $\angle$C. What kind of triangle is this?

2. Construct ΔABC in which AB = 5 cm, $\angle$B = 45° and BC = 6 cm.

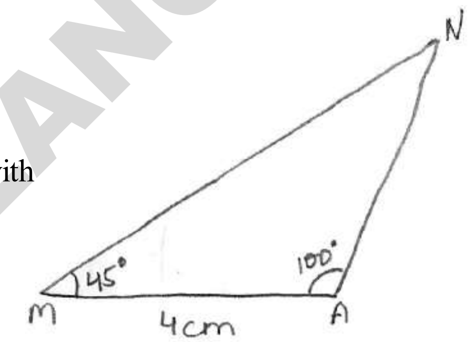
3. Construct ΔPQR such that $\angle$R=100°, QR = RP = 5.4 cm.

4. Construct ΔTEN such that TE = 3 cm, $\angle$E = 90° and NE = 4 cm.

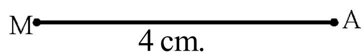
9.3 Construction of a triangle when two angles and the side between the angles is given

Example 3 : Construct ΔMAN with MA = 4 cm, $\angle$M = 45° and $\angle$A = 100°.

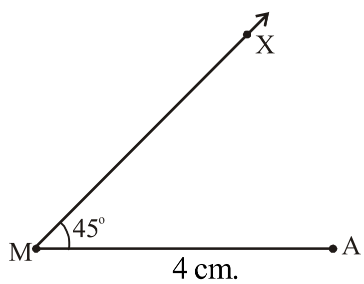
STEP 1 : Draw rough sketch of a triangle and label it with the given measurements.



STEP 2 : Draw line segment MA of length 4 cm.



STEP 3 : Using protractor draw a ray $\overrightarrow{MX}$, making an angle 45° at M.



مشق - 2

1. مثلث CAR بنائیے اسطرح کہ $CA = 8$ سمر، $\angle A = 60^O$ اور $AR = 8$ سمر، CR اور $\angle R$ کی پیمائش معلوم کیجئے اور بتلائیے کہ یہ کونسا مثلث ہے؟

2. $AB = 5$cm، $\angle B = 45^O$ اور $BC = 6$cm سے مثلث ABC بنائیے۔

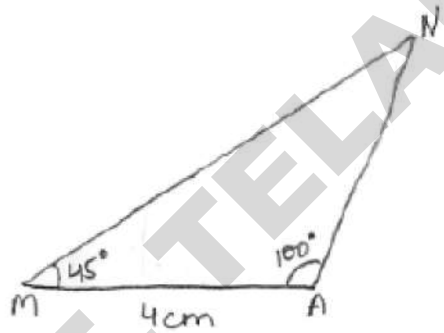
3. مثلث PQR بنائیے۔اس طرح کہ $\angle R = 100^O$ $QR = RP = 5.4$cm

4. مثلث PQR بنائیے اسطرح کہ $TE = 3$ سمر، $\angle E = 90^O$ اور $NE = 4$cm

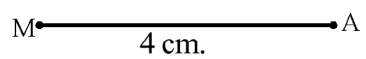
9.3 : مثلث بنانا جبکہ دو زاویے اوران کا درمیانی ضلع دیا جائے۔

مثال 3:- مثلث MAN بنائیے اسطرح کہ $MA = 4$ سمر، $\angle M = 45^O$ اور $\angle A = 100^O$

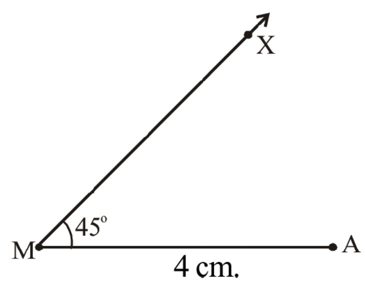
مرحلہ 1: دی گئی پیمائش کے مطابق MAN کا کچا خاکہ بنائیے۔



مرحلہ 2: خطی قطعہ MA بنائیے جسکا طول 4 سمر ہو۔

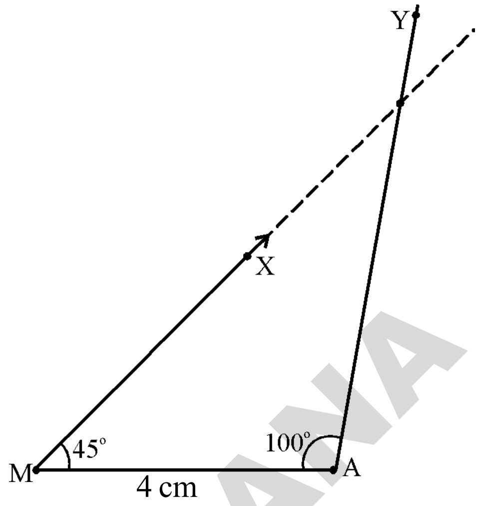


مرحلہ 3: ایک شعاع $\overrightarrow{MX}$ اسطرح بنائیے کہ $\angle M = 45^O$ ہو۔

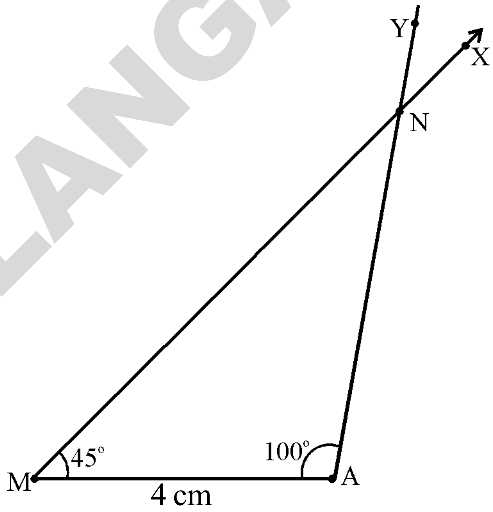


STEP 4 : Using protractor draw a ray $\overrightarrow{AY}$, making an angle $100°$ at A.

Extend the ray $\overrightarrow{MX}$ if necessary to intersect ray $\overrightarrow{AY}$.



STEP 5 : Mark the intersecting point of the two rays as N. You have the required Δ MAN

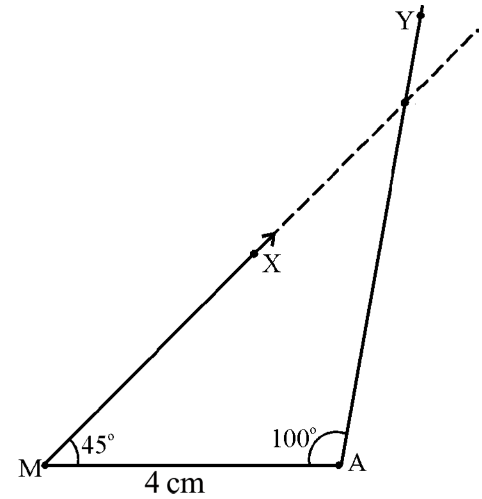


Try This

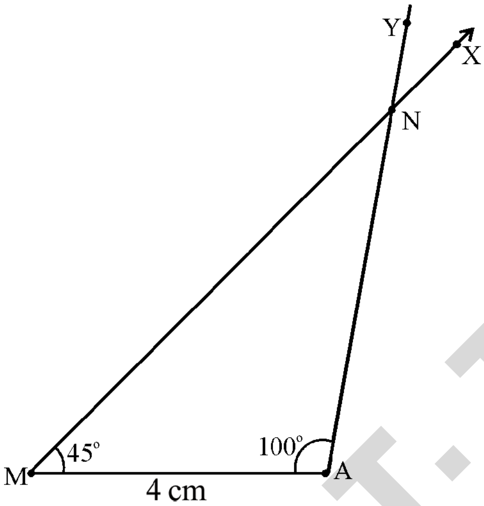
Construct a triangle with angles $105°$ and $95°$ and a side of length of your choice. Could you construct the triangle? Discuss with your friends and justify.

Exercise - 3

1. Construct Δ NET with measurement NE = 6.4 cm, $\angle N = 50°$ and $\angle E = 100°$.
2. Construct Δ PQR such that QR = 6 cm, $\angle Q = \angle R = 60°$. Measure the other two sides of the triangle and name the triangle.
3. Construct Δ RUN in which RN = 5cm, $\angle R = \angle N = 45°$. Measure the other angle and other sides. Name the triangle.



مرحلہ 4: شعاع $\overrightarrow{AY}$ اسطرح بنائیے کہ نقطہ A پر زاویہ کی پیمائش 100 ہو اگر ضرورت ہو تو $\overrightarrow{MX}$ کو طول دیجئے تا کہ وہ $\overrightarrow{AY}$ کو قطع کر سکے۔



مرحلہ 5: یہ دو شعاع نقطہ N پر قطع کرتے ہیں اور اسطرح مطلوبہ مثلث MAN بن جائے گا۔

کوشش کیجیے۔

105^{O} اور 95^{O} پیمائش کے ذریعہ اپنی مرضی کی پیمائش والا ضلع لے کر مثلث بنائیے۔ کیا مثلث بنے گا؟ بحث کیجئے اور تصدیق کیجیے۔

مشق - 3

1 مثلث NET بنائیے جبکہ سمر $NE = 6.4$ ، $\angle N = 50^{O}$ ، $\angle E = 100^{O}$ دیا گیا ہو۔

2 مثلث PQR بنائیے جبکہ سمر $QR = 6$ ، $\angle Q = \angle R = 60$ دونوں ضلعوں کی پیمائش کیجیے۔ اور مثلث کی قسم بتائیے۔

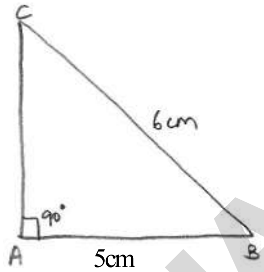
3 مثلث RUN بنائیے جسمیں $RM = 5$ سمر، $\angle R = \angle N = 45^{O}$ ہو۔ تیسرا زاویہ اور دو ضلعوں کی پیمائش کر کے مثلث کا نام بتائیے۔

9.4 Construction of right-angled triangle when the hypotenuse and a side are given.

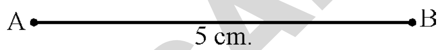
Example 4 : Construct Δ ABC, right-angled at A, and BC = 6 cm; AB = 5 cm.

STEP 1 : Draw a rough sketch of right-angled triangle and label it with given information.

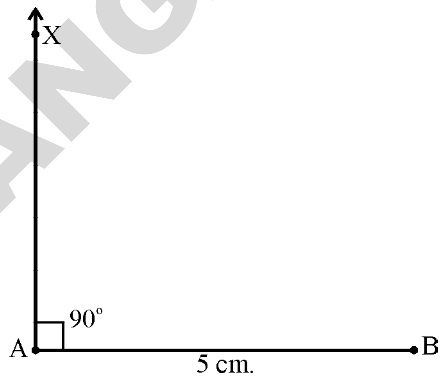
Note: side opposite to the right angle is called hypotenuse.



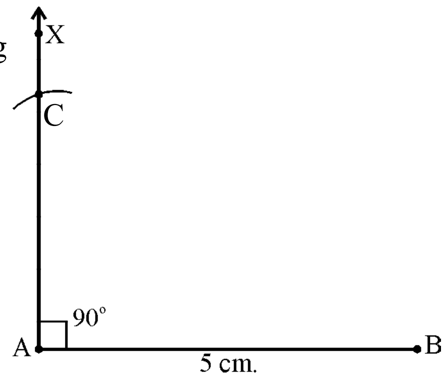
STEP 2 : Draw a line segment AB of length 5 cm.



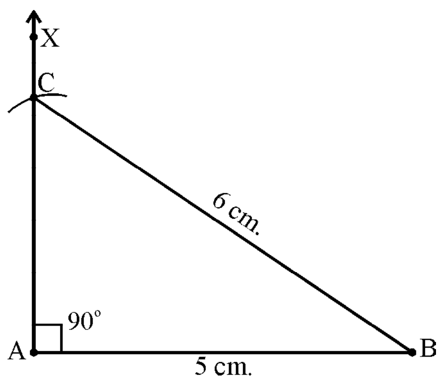
STEP 3 : Construct a ray $\overrightarrow{AX}$ perpendicular to $\overline{AB}$ at A.



STEP 4 : Draw an arc from B with radius 6cm intersecting $\overrightarrow{AX}$. Mark the intersection point as ‘C’.

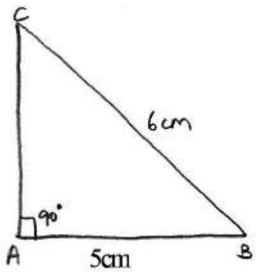


STEP 5 : Join B,C to get the required Δ ABC.



9.4 مثلث قائم الزاویہ کی بناوٹ جبکہ وتر اور ضلع کی پیائش دی جائے۔

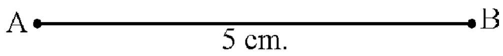
مثال4:- ΔABC جس میں A پر قائمہ زاویہ ہو سمر5 = AB، سمر6 = BC ہو بنائیے۔



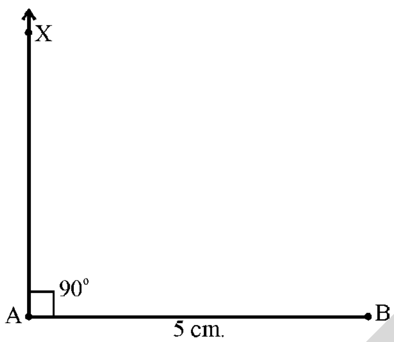
مرحلہ1: دی گئی پیائشوں کے مطابق کچا خاکہ بنائیے۔

نوٹ:- واضح رہے کہ قائم الزاویہ کا مقابل کا ضلع وتر ہوگا۔

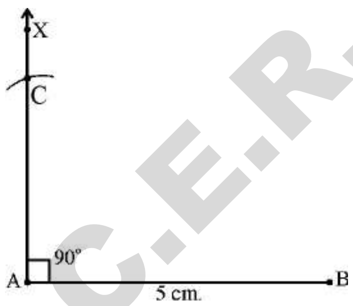
مرحلہ2: خطی قطعہ AB بنائیے۔ جسکا طول 5 سمر ہو۔

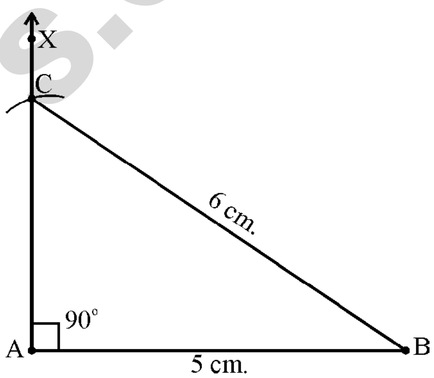


مرحلہ3: شعاع $\overrightarrow{AX}$ اسطرح کھینچئے کہ وہ نقطہ A پر عمودوار ہو۔



مرحلہ4: شعاع $\overrightarrow{AX}$ پر نقطہ B سے 6 سمر نصف قطر سے ایک قوس کھینچئے جو کہ نقطہ C پر قطع کرے۔





مرحلہ5: نقطہ B اور C کو ملائیے ABC مطلوبہ مثلث ہوگا

Exercise - 4

1. Construct a right-angled ΔABC such that $\angle B = 90°$, $AB = 8$ cm and $AC = 10$ cm.

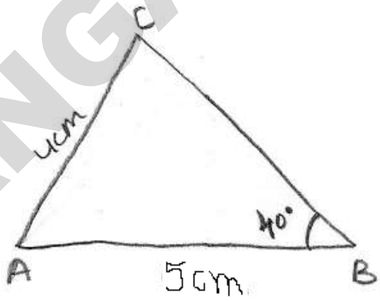
2. Construct a ΔPQR, right-angled at R, hypotenuse is 5 cm and one of its adjacent sides is 4 cm.

3. Construct an isosceles right-angled ΔXYZ in which $\angle Y = 90°$ and the two sides are 5 cm each.

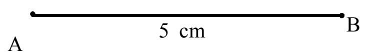
9.5 Construction of triangle when two sides and the non-included angle are given

Example 5 : Construct ΔABC such that $AB = 5$ cm, $AC = 4$ cm, $\angle B = 40°$.

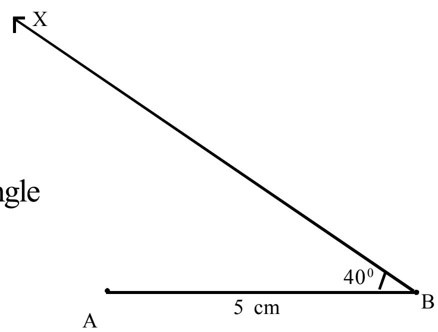
STEP 1 : Draw rough sketch of ΔABC and label it with the given measurements.



STEP 2 : Draw a line segment AB of length 5 cm.



STEP 3 : Using protractor draw a ray $\overrightarrow{BX}$ making an angle 40° at B.



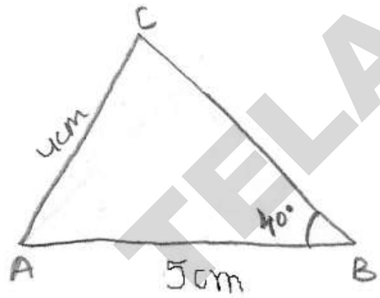
مشق - 4

1. قائم الزاویہ مثلث ABC بنایئے اس طرح کہ $\angle B = 90^{O}$ سمر، $AB = 8$ اور سمر $AC = 10$ ہو۔
2. مثلث PQR اسطرح بنایئے کہ R زاویہ قائم ہو وتر 5 سمر اور متصلہ ضلع 4 سمر ہو۔
3. XYZ مثلث قائم الزاوی مساوی الساقین بنایئے جسمیں $\angle Y = 90^{O}$ اور دو ضلعے 5 سمر کے ہوں۔

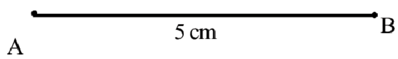
9.5 مثلث کی بناوٹ جبکہ دو ضلع اور ان کا غیر متعلقہ زاویہ دیا جائے۔

مثال 5 ABC مثلث بنایئے جسمیں سمر $AB = 4$ ‘ سمر $AC = 4$ اور $\angle B = 40^{O}$ ہو۔

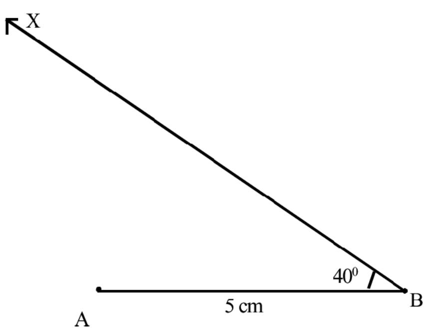
مرحلہ 1:- اِس پیمائش کے مطابق ایک کچا خاکہ بنایئے۔



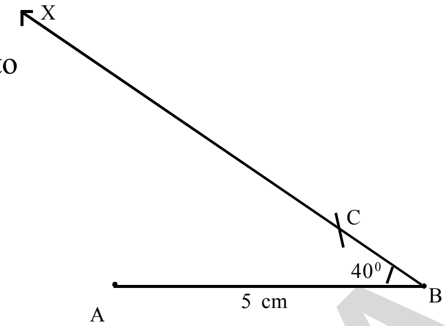
مرحلہ 2:- خطی قطعہ AB بنایئے جس کا طول 5 سمر ہو۔



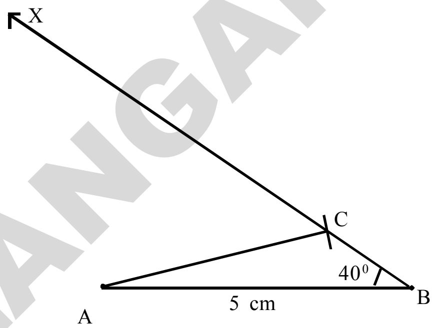
مرحلہ 3:- شعاع $\overrightarrow{BX}$ اسطرح بنایئے کہ نقطہ B پر 40 زاویہ بناتا ہو۔



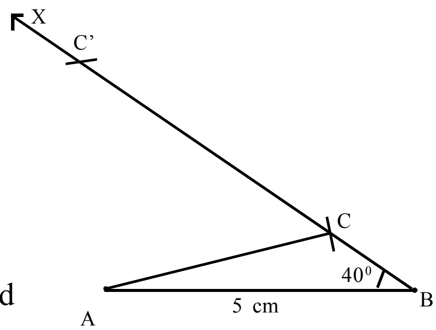
STEP 4 : With A as centre and radius 4 cm, draw an arc to cut ray $\overrightarrow{BX}$.



STEP 5 : Mark the intersecting point as C and join C, A to get the required ΔABC.

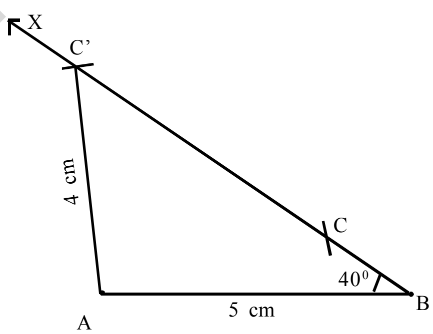


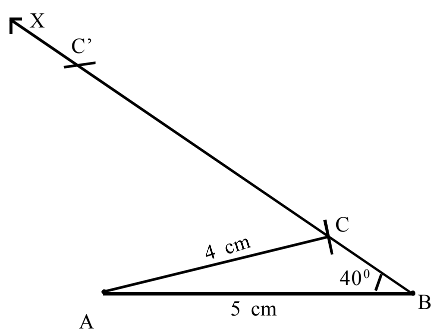
Can you cut the ray $\overrightarrow{BX}$ at any other point? You will see that as $\angle B$ is acute, the arc from A of radius 4 cm cuts the ray $\overrightarrow{BX}$ twice.



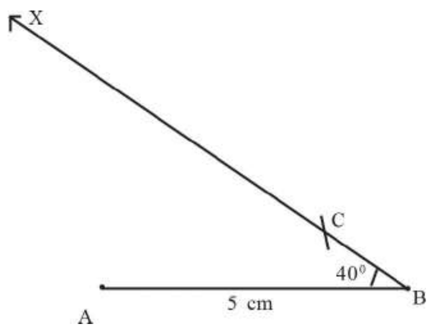
Let the intersecting points be named as C and C^1.

If we join C and A, we get one triangle and if we join C^1 and A, then we get other triangle. So we may have two triangles as given below:

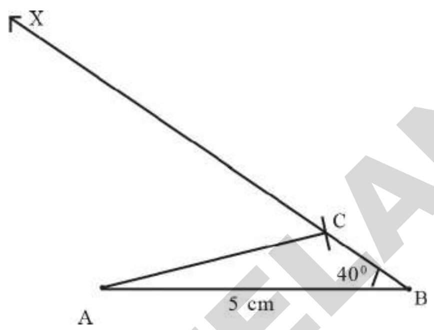


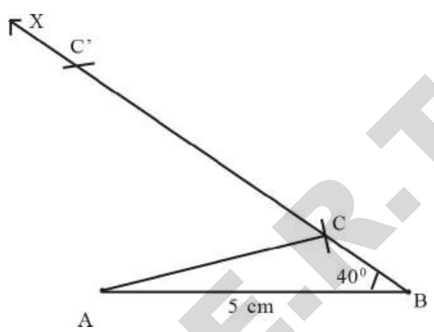


مرحلہ 4:- A کومرکز بنا کر 4 سمر کے فاصلہ سے $\overrightarrow{BX}$ پر ایک قوس کھینچے۔



مرحلہ 5:- قوس $\overrightarrow{BX}$ کو C پر قطع کرے گی۔ A اور C کو ملایئے مطلوبہ مثلث ABC حاصل ہوجائے گا۔



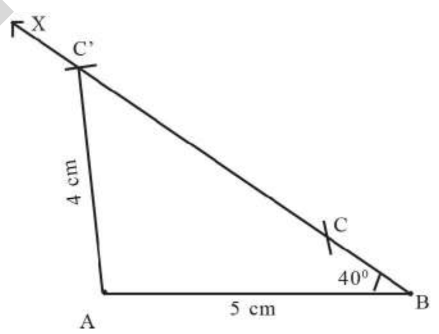


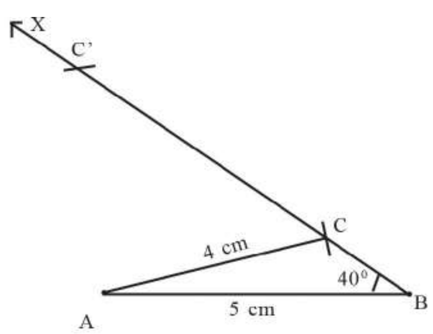
کیا قوس شعاع $\overrightarrow{BX}$ کو کسی اور نقطہ پر بھی قطع کرے گی؟

چوں کہ $\angle B$ حادہ زاویہ ہے اسلئے 4 سمر نصف قطر کی قوس $\overrightarrow{BX}$ کو دو نقاط پر قطع کرے گی۔

فرض کیجیے کہ نقطہ تقاطع کو C اور C^1 کا نام دیا گیا ہے۔ اگر ہم نقاط C اور A کو ملاتے ہیں تو ایک مثلث حاصل ہوتی ہے اور C^1 اور A کو ملاتے ہیں تو دوسری مثلث حاصل ہوتی ہے۔

اسطرح دو مثلثات حاصل ہوتے ہیں۔





Try This

Construct a triangle with two sides of length of your choice and the non-included angle as an obtuse angle. Can you draw two triangles in this solution?

Exercise - 5

1. Construct ΔABC in which $AB = 4.5$ cm, $AC = 4.5$ cm and $\angle B = 50°$. Check whether you get two triangles.
2. Construct ΔXYZ such that $XY = 4.5$ cm, $XZ = 3.5$ cm and $\angle Y = 70°$. Check whether you get two triangles.
3. Construct ΔANR with the sides AN and AR of lengths 5 cm and 6 cm respectively and $\angle N$ is 100°. Check whether you get two triangles.
4. Construct ΔPQR in which $QR = 5.5$ cm, $QP = 5.5$ cm and $\angle Q = 60°$. Measure RP. What kind of triangle is this?
5. Construct the triangles with the measurement given in the following table.

Triangle	Measurements
ΔABC	$BC = 6.5$ cm, $CA = 6.3$ cm, $AB = 4.8$ cm.
ΔPQR	$PQ = 8$ cm, $QR = 7.5$ cm, $\angle PQR = 85°$
ΔXYZ	$XY = 6.2$ cm, $\angle Y = 130°$, $\angle Z = 70°$
ΔABC	$AB = 4.8$ cm, $AC = 4.8$ cm, $\angle B = 35°$
ΔMNP	$\angle N = 90°$, $MP = 11.4$ cm., $MN = 7.3$ cm.
ΔRKS	$RK = KS = SR = 6.6$ cm.
ΔPTR	$\angle P = 65°$, $PT = PR = 5.7$ cm.

Looking Back

To construct a triangle, three independent measurements are required.

F2Q3Y7

A triangle can be constructed when.

(i) The three sides of the triangle are given.

(ii) Two sides and the angle included between them is given.

(iii) Two angles and their included side is given.

(iv) The hypotenuse and one adjacent side of a right angle triangle are given.

(v) Two sides and the not included angle are given.

کوشش کیجیے

اپنی مرضی کے دو ضلعوں کی پیمائش اور غیر متعلقہ منفرجہ زاویے کی پیمائش لے کر ایک مثلث بنائیے۔

کیا آپ ان پیمائش سے دو مثلثات بنا سکتے ہیں؟

مشق - 5

1. مثلث ABC بنائیے جبکہ سم AB = 4.5 ، سم AC = 4.5 ہو اور $\angle B = 50^{o}$ دیا گیا ہو۔ کیا آپ دو مثلثات بنا سکتے ہیں، جانچ کیجیے۔
2. مثلث XYZ بنائیے جبکہ سم XZ = 3.5 سم XY = 4.5 اور $\angle Y = 70^{o}$ دیا گیا ہے کیا آپ دو مثلثات بنا سکتے ہیں، جانچ کیجیے۔
3. مثلث ANR بنائیے اس طرح کہ AN اور AR کا طول بالترتیب 5 اور 6 سم ہو۔ اور $\angle N = 100^{o}$ ہو کیا آپ ان پیمائش سے دو مثلثات بنا سکتے ہیں؟
4. مثلث PQR بنائیے جس میں سم QR = 5.5 ، سم QP = 5.5 ، $\angle Q = 60^{o}$ ہو RP کی پیمائش کیجیے اور بتائیے کہ یہ کس قسم کا مثلث ہے۔
5. حسب ذیل پیمائشوں کی مدد سے مثلثات بنائیے۔

مثلث	پیمائشات
ABC	BC= 6.5 سم ، CA = 6.3 سم AB = 4.8 سم
PQR	PQ = 8 سم QR = 7.5 سم $\angle PQR = 85^{o}$
XYZ	XY = 6.2 سم $\angle Y = 130^{o}$ $\angle Z = 70^{o}$
ABC	AB = 4.8 سم AC = 4.8 سم $\angle B = 35^{o}$
MNP	MN = 7.3cm MP = 11.4cm N = 90^{o}
RKS	RK = KS = SR=6.6cm
PTR	PT = PR = 5.7cm $\angle P = 65^{0}$

ہم نے کیا سیکھا:-

ایک مثلث اس وقت بنایا جا سکتا ہے جبکہ

(i مثلث کے تین ضلعوں کی پیمائش دی جائے۔

(ii دو ضلعے اور ان کا درمیانی زاویہ دیا جائے۔

(iii دو زاویے اور ان کا درمیانی ضلع دیا جائے۔

(iv وتر، اس کا متصلہ ضلع دینے پر مثلث قائم الزاویہ بنایا جا سکتا ہے۔

(v دو ضلعے اور ان کا غیر متعلقہ زاویہ دینے پر بھی مثلث بنایا جا سکتا ہے۔

ALGEBRAIC EXPRESSIONS

10

T2W6N6

10.0 Introduction

In class VI you had already learnt that variables can take on different values and the value of constants is fixed. You had also learnt how to represent variables and constants using letters like x, y, z, a, b , p, m etc. You also came across simple algebraic expressions like $2x-3$ and so on. You had also seen how these expressions are usefull in formulating and solving problems.

In this chapter, you will learn more about algebraic expressions and their addition and subtraction. However, before doing this we will get acquainted to words like 'terms', 'like terms','unlike terms' and 'coefficients'.

Let us first review what you had learnt in class VI, Algebra.

Exercise - 1

1. Find the rule which gives the number of matchsticks required to make the following patterns-

   (i) HHHH.... (ii) VVVV........

2. Given below is a pattern made from coloured tiles and white tiles.

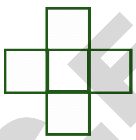


Figure 1

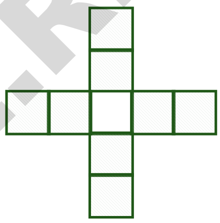


Figure 2

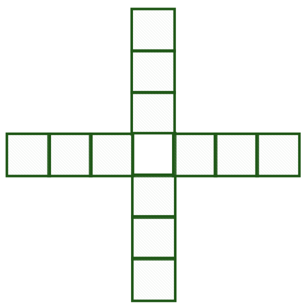


Figure 3

   (i) Draw the next two figures in the pattern above.

   (ii) Fill the table given below and express the pattern in the form of an algebraic expression.

Figure Number	1	2	3	4	5
Number of coloured tiles	4				

10
الجبری عبارتیں
ALGEBRAIC EXPRESSIONS

10.0۔ تمہید

چھٹی جماعت میں آپ اس بات سے واقف ہو چکے ہیں کہ متغیرات کی قدریں مختلف ہوتی ہیں جبکہ مستقل کی قدر معین رہتی ہے۔آپ یہ بھی جان چکے ہیں کہ انھیں کس طرح حروف جیسے $x, y, a, b, p, m,$ وغیرہ کے استعمال سے ظاہر کیا جاتا ہے۔آپ سادہ الجبری عبارت کا بھی مطالعہ کر چکے ہیں، جیسے $2x$-3 اور یہ سادہ الجبری عبارتیں کس طرح ضابطے بنانے اور سوال حل کرنے میں استعمال کئے جاتے ہیں۔

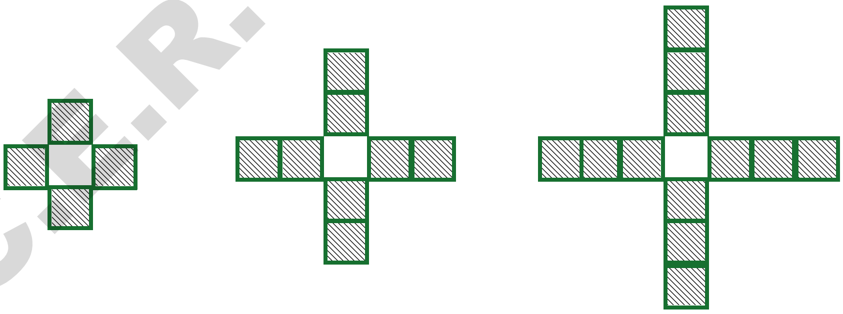
اس باب میں آپ الجبری عبارتوں کے بارے میں مزید سیکھیں گے جیسے ان کی جمع 'تفریق وغیرہ۔ہم اس سے پہلے الفاظ، جیسے رُکن، مشابہہ رکن، غیر مشابہہ رکن، اور عددی ضریب سے واقفیت حاصل کریں گے۔آپ نے چھٹی جماعت میں کیا سیکھا ہے پہلے اس کا اعادہ کریں گے

مشق - 1

1- ذیل کے نمونے بنانے کیلئے کتنے ماچس کی کاڑیاں درکار ہوں گی۔معلوم کیجیے۔

(i) HHHH.... (ii) VVVV......

2- ذیل کے نمونے ہم رنگین اور سفید فرش کی ٹائلس سے بنائی گئی ہیں۔



(شکل 1) (شکل 2) (شکل 3)

i۔ اس ترتیب کے اگلے دو اشکال اسی وضع کے بنائیے۔

ii۔ ذیل کے جدول کو مکمل کیجئے اور انھیں الجبری عبارتوں کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

تعداد	1	2	3	4	5
رنگین ٹائلس کی تعداد	4				

(iii) Fill the table given below and express the pattern in the form of an algebraic expression.

Figure Number	1	2	3	4	5
Number of total tiles	5				

3. Write the following statements using variables, constants and arithmetic operations.

(i) 6 more than p

(ii) 'x' is reduced by 4

(iii) 8 subtracted from y

(iv) q multiplied by '-5'

(v) y divided by 4

(vi) One-fourth of the product of 'p' and 'q'

(vii) 5 added to the three times of 'z'

(viii) x multiplied by 5 and added to '10'

(ix) 5 subtracted from two times of 'y'

(x) y multiplied by 10 and added to 13

4. Write the following expressions in statements.

(i) $x + 3$ (ii) $y - 7$ (iii) $10l$

(iv) $\frac{x}{5}$ (v) $3m + 11$ (vi) $2y - 5$

5. Some situations are given below. State the number in situations is a variable or constant?

Example : Our age - its value keeps on changing so it is an example of a variable quantity.

(i) The number of days in the month of January

(ii) The temperature of a day

(iii) Length of your classroom

(iv) Height of the growing plant

iii۔ ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے اس نمونے کو الجبری عبارت کی صورت میں لکھیے۔

تعداد	1	2	3	4	5
جملہ ٹائل کی تعداد	5				

3۔ ذیل کے بیان کو متغیرات، مستقل اور حسابی عمل کے استعمال سے لکھئے۔

i. p سے 6 زیادہ۔

ii. x میں سے 4 کم کردیا گیا ہے۔

iii. y میں سے 8 تفریق کیا گیا۔

iv. q کو منفی 5 سے ضرب دینے پر۔

v. y کو 4 سے تقسیم کرنے پر۔

vi. p اور q کے حاصل ضرب کا ایک چوتھائی۔

vii. z کے تین گنا میں 5 جمع کیا گیا۔

viii. x کو 5 سے ضرب دیکر 10 جمع کیا گیا۔

ix. y کے دگنے میں سے 5 تفریق کرنے پر۔

x. y کو 10 سے ضرب دیکر 13 جمع کیا گیا۔

4۔ ذیل کی عبارتوں کو بیان کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) $x+3$ (ii) $y-7$ (iii) $10\,l$

(iv) $\frac{x}{5}$ (v) $3m+11$ (vi) $2y-5$

5۔ ذیل میں چند صورتحال میں دیا گیا عدد کیا متغیر ہے یا مستقل ہے، واضح کیجیے۔

مثال:۔ ہماری عمر مسلسل تبدیل ہوتی رہتی ہے اس لیے یہ متغیر مقدار ہے۔

i۔ ماہ جنوری میں ایام کی تعداد

ii۔ دن کا درجہ حرارت

iii۔ کمرے جماعت کا طول

iv۔ بڑھتے ہوئے درخت کی بلندی

10.1 Algebraic Term and Numeric term

Consider the expression $2x + 9$.

Here 'x' is multiplied by 2 and then 9 is added to it. **Both '$2x$' and '9' are terms in the expression $2x + 9$.** Moreover $2x$ is called algebraic term and 9 is called numeric term.

Consider another expression $3x^2 - 11y$.

$3x^2$ is formed by multiplying 3, x and x. 11y is the product of 11 and y. 11y is then subtracted from $3x^2$ to get the expression $3x^2 - 11y$. **In the expression $3x^2–11y$, $3x^2$ is one term and 11y is the other term.**

When we multiply x with x we can write this as x^2. This is similar to writing 4 multiplied by 4 as 4^2. Similarly when we multiply x three times i.e., $x \times x \times x$ we can write this as x^3. This is similar to writing $6\times6\times6$ as 6^3.

Do This

In the expressions given below identify and write all the terms.

(i) $5x^2 + 3y + 7$ (ii) $5x^2y + 3$ (iii) $3x^2y$

(iv) $5x - 7$ (v) $5x + 8 - 2(-y)$ (vi) $7x^2 - 2x$

10.1.1 Like and unlike terms

Let us observe the following examples.

(i) $5x$ and $8x$ (ii) $7a^2$ and $14a^2$

(iii) $3xy$ and $4xy$ (iv) $3xy^2$ and $4x^2y$

In the first example, both terms contain the same variable i.e. x and the exponent of the variable is also the same i.e. 1

In the second example, both terms contain the same variable i.e. a and the exponent of the variable is also the same i.e. 2

In the third example, both terms contain the same variables i.e. x and y and the exponent of variable x is 1 and the exponent of variable y is 1.

In the fourth example, both terms contain the same variables x and y. However, their exponents are not the same. In the first term, the exponent of x is 1 and in the second it is 2. Similarly, in the first term the exponent of y is 2 and in the second term it is 1.

The first three pairs of terms are examples of 'like terms' while the fourth is a pair of 'unlike terms'.

Like terms are terms which contain the same variables with the same exponents.

10.1:- الجبری رکن۔اور عددی رکن

عبارت $2x+9$ کا مشاہدہ کیجیے

یہاں x کو 2 سے ضرب دیکر 9 جمع کر دیا گیا ہے یہاں $2x$ اور 9 دونوں عبارت $2x+9$ کے ارکان ہیں۔

عبارت میں $2x$ الجبری رکن اور 9 عددی رکن کہلاتا ہے۔

دوسری عبارت $3x^2-11y$ پر غور کیجیے

3,x اور x سے ضرب دینے سے $3x^2$ حاصل ہوتا ہے $11y$ عدد 11 اور y کا حاصل ضرب ہے تب 11y کو $3x^2$ میں سے تفریق کرنے سے عبارت $3x^2-11y$ حاصل ہوگی۔عبارت $3x^2-11y$ میں $3x^2$ ایک رکن ہے جبکہ 11y دوسرا رکن ہے۔

> جب ہم 4 کو 4 سے ضرب دیتے ہیں تو 4^2 لکھتے ہیں بالکل اسی طرح جب ہم x کو x سے ضرب دیتے ہیں تو x^2 لکھتے ہیں۔جس طرح $6\times6\times6$ کو 6^3 لکھتے ہیں۔
>
> اسی طرح x کو $x \times x \times x$ تین مرتبہ ضرب دیں تب ہم x^3 لکھتے ہیں

یہ کیجیے

ذیل میں دی گئی عبارت کے ارکان کی شناخت کیجیے

(i) $5x^2+3y+7$ (ii) $5x^2y+3$ (iii) $3x^2y$

(iv) $5x-7$ (v) $5x+8-2(-y)$ (vi) $7x^2-2x$

10.1.1 مشابہہ اور غیر مشابہہ ارکان

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کیجیے۔

(i) $8x$ اور $5x$ (ii) $7a^2$ اور $14a^2$ (iii) $3xy$ اور $4xy$ (iv) $3xy^2$ اور $4x^2y$

پہلی مثال کے دونوں ارکان میں ایک ہی متغیر ہے یعنی x اور ان کی قوت بھی ایک ہے۔

دوسری مثال میں دونوں ارکان میں بھی متغیر a ہے اور انکی قوت بھی مساوی یعنی 2 ہے۔

تیسری مثال میں دونوں ارکان میں یکساں متغیر x اور y ہیں اور x اور متغیر کی قوت 1 اور y متغیر کی قوت بھی 1 ہے۔

چوتھی مثال کے دونوں ارکان میں متغیرات x اور y ہیں لیکن قوت مساوی نہیں ہے۔پہلے رکن میں x کی قوت 1 اور دوسرے رکن میں x کی قوت 2 ہے اسطرح پہلے رکن میں y کی قوت 2 اور دوسرے رکن میں متغیر y کی قوت 1 ہے۔

پہلی تین مثالیں مشابہہ ارکان کی ہیں like terms جبکہ چوتھی مثال غیر مشابہہ ارکان کی ہے

ایسے ارکان جن میں وہی متغیرات ہوں اور ان کی قوت مساوی مشابہہ ارکان کہلاتے ہیں۔

Do This

1. Group the like terms together.

   $12x$, 12, $25x$, -25, $25y$, 1, x, $12y$, y, $25xy$, $5x^2y$, $7xy^2$, $2xy$, $3xy^2$, $4x^2y$

2. State true or false and give reasons for your answer.

   (i) $7x^2$ and $2x$ are unlike terms

   (ii) pq^2 and $-4pq^2$ are like terms

   (iii) xy, $-12x^2y$ and $5xy^2$ are like terms

10.2 Coefficient

In 9 xy ;	'9' is the coefficient of 'xy' as	$9\ (xy) = 9xy$
	'x' is the coefficient of '$9y$' as	$x\ (9y) = 9xy$
	'y' is the coefficient of '$9x$' as	$y\ (9x) = 9xy$
	'$9x$' is the coefficient of 'y' as	$9x\ (y) = 9xy$
	$9y$ is the coefficient of 'x' as	$9y\ (x) = 9xy$
	xy is the coefficient of '9' as	$xy\ (9) = 9xy$

Since 9 has a numerical value it is called a numerical coefficient. x, y and xy are literal coefficients because they are variables.

Similarly in '$-5x$', '-5' is the numerical coefficient and 'x' is the literal coefficient.

Try This

(i) What is the numerical coefficient of 'x' ?

(ii) What is the numerical coefficient of '$-y$' ?

(iii) What is the literal coefficient of '$-3z$' ?

(iv) Is a numerical coefficient a constant?

(v) Is a literal coefficient always a variable?

10.3 Expressions

An expression is a single term or a combination of terms connected by the symbols '+' (plus) or '–' (minus).

For example : $6x + 3y$, $3x^2 + 2x + y$, $10y^3 + 7y + 3$, $9a + 5$, $5a + 7b$, $9xy$, $5 + 7 - 2x$, $9 + 3 - 2$

Note: multiplication '×' and division '÷' do not separate terms. For example $2x \times 3y$ and $\dfrac{2x}{3y}$ are single terms.

یہ کیجیے

1۔ مشابہ ارکان کا گروپ بنائیے۔

$12x, 12, 25x, -25, 25y, 1, x, 12y, y, 25xy, 5x^2y, 7xy^2, 2xy, 3xy^2, 4x^2y$

2۔ صحیح یا غلط کی نشاندہی کیجئے اور اپنے جواب کی وجوہات لکھئے۔

i۔ $7x^2$ اور $2x$ غیر مشابہ ارکان ہیں۔

ii۔ pq^2 اور $-4pq^2$ مشابہ ارکان ہیں۔

iii۔ xy‘ -12xy اور $5xy^2$ مشابہہ ارکان ہیں۔

10.2 (عددی ضریب) عددی سر، 9xy میں

$=9(xy)=9xy$ میں 9xy میں 9، x,y کا ضریب ہے۔

$=x(9y)=9xy$ میں x , 9y کا ضریب ہے۔

$=y(9x)=9xy$ میں y , 9x کا ضریب ہے۔

$=9x(y)=9xy$ میں 9x , y کا ضریب ہے۔

$=9y(x)=9xy$ میں 9y , x کا ضریب ہے۔

$=xy(9)=9xy$ میں xy, 9 کا ضریب ہے۔

چونکہ 9 ایک عددی قدر ہے اسلئے اسکو عددی ضریب (numerial coefficient) اور y, x اور xy حروفی ضریب کہلاتے ہیں چونکہ وہ متغیرات ہیں۔

اسی طرح -5x میں -5 ایک عددی ضریب ہے اور x ایک حروفی ضریب ہے۔

کوشش کیجئے۔

(i) x کا عددی ضریب کیا ہے؟

(ii) -y کا عددی ضریب کیا ہے؟

(iii) -3Z کا عددی ضریب کیا ہے؟

(iv) کیا عددی ضریب مستقل ہوتا ہے۔

(v) کیا حرفی ضریب ہمیشہ متغیر ہوتا ہے

10.3 عبارتیں

الجبری عبارت ایک واحد رکن ہے یا ارکان کا مجموعہ ہے جن کو علامت + (جمع) - (تفریق) سے جوڑا جائے۔

مثال کے طور پر $6x+3y, 3x^2+2x+y, 10y^3+7y+3, 9a+5, 5a+7b$

$9xy, 5+7-2x, 9+3-2$

نوٹ:۔ ضرب اور تقسیم ارکان کو علاحدہ نہیں کر پاتے۔ مثلاً $2x \times 3y$ اور $\frac{2x}{3y}$ واحد رکنی ہیں۔

Do This

1. How many terms are there in each of the following expressions?

(i) $x + y$ (ii) $11x - 3y - 5$ (iii) $6x^2 + 5x - 4$

(iv) $x^2z + 3$ (v) $5x^2y$ (vi) $x + 3 + y$

(vii) $x - \frac{11}{3}$ (viii) $\frac{3x}{7y}$ (ix) $2z - y$ (x) $3x + 5$

10.3.1 Numerical expressions and algebraic expressions

Consider the following examples.

(i) $1 + 2 - 9$ (ii) $-3 - 5$ (iii) $x - \frac{11}{3}$ (iv) $4y$

(v) $9 + (6-5)$ (vi) $3x + 5$ (vii) $(17-5) + 4$ (viii) $2x - y$

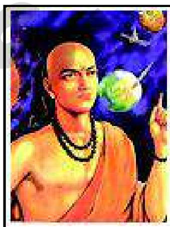
Do you find any algebraic terms in the examples (i), (ii), (v) and (vii)?

If every term of an expression is a constant term, then the expression is called numerical expression. If an expression has at least one algebraic term, then the expression is called an algebraic expression.

Which are the algebraic expressions in the above examples?

Try This

Write any 3 algebraic expressions with 3 terms each.



Aryabhata (India)

475 - 550 AD

He wrote an astronomical treatise, Aryabhatiyam (499AD). He was the first Indian mathematician who used algebraic expressions. India's first satellite was named Aryabhata.

یہ کیجیے

1. ذیل کی عبارتوں میں کتنے ارکان ہیں؟

(i) $x + y$ (ii) $11x - 3y - 5$ (iii) $6x^2 + 5x - 4$

(iv) $x^2z + 3$ (v) $5x^2y$ (vi) $x + 3 + y$

(vii) $x - \frac{11}{3}$ (viii) $\frac{3x}{7y}$ (ix) $2z - y$ (x) $3x + 5$

10.3.1 عددی عبارتیں۔الجبری عبارتیں۔ Numerical expressions and algebraic expressions

ذیل کی مثالوں کا مشاہدہ کیجیے۔

(i) $1 + 2 - 9$ (ii) $-3 - 5$ (iii) $x - \frac{11}{3}$ (iv) $4y$

(v) $9 + (6-5)$ (vi) $3x + 5$ (vii) $(17-5) + 4$ (viii) $2x - y$

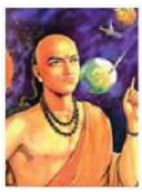
کیا آپ مثال (i), (ii), (v)، (vii) میں کوئی الجبری فقرے معلوم کر پائیں گے؟

اگر عبارت کے ہر رکن میں مستقل رکن ہو تب اس عبارت کو عددی عبارت کہتے ہیں۔ اگر ایک عبارت میں کم از کم ایک الجبری رکن ہو تب اس عبارت کو الجبری عبارت کہتے ہیں۔

اوپر کی مثالوں میں کونسی الجبری عبارت ہے۔

کوشش کیجیے۔

3 ارکان والی کوئی تین الجبری عبارتیں لکھیے۔



آریابھٹا (بھارت) (475-550 AD)

پانچویں صدی عیسوی میں پہلے ہندوستانی ریاضی داں آریہ بھٹا نے الجبری عبارتوں کا استعمال کیا، اور 499 AD میں انھوں نے ایک کتاب ''آریہ بھاٹیم'' لکھی۔ ہندوستان کا پہلا سیٹلائیٹ انہی کے نام ''آریابھٹا'' سے موسوم کیا گیا تھا۔

10.3.2 Types of algebraic expressions

Algebraic expressions are named according to the number of terms present in them.

Number of terms	Name of the Expression	Examples
One term	Monomial	(a) x (b) $7xyz$ (c) $3x^2y$ (d) qz^2
Two unlike terms	Binomial	(a) $a + 4x$ (b) $x^2 + 2y$ (c) $3x^2 - y^2$
Three unlike terms	Trinomial	(a) $ax^2 + 4x + 2$ (b) $7x^2 + 9y^2 + 10z^3$
More than one unlike terms	Multinomial	(a) $4x^2 + 2xy + cx + d$ (b) $9p^2 - 11q + 19r + t$

Note: Binomial, trinomials are also multinomial algebraic expressions.

Do This

1. Give two examples for each type of algebraic expression.
2. Identify the expressions given below as monomial, binomial, trinomial and multinomial.

   (i) $5x^2 + y + 6$ (ii) $3xy$

   (iii) $5x^2y + 6x$ (iv) $a + 4x - xy + xyz$

10.4 Degree of algebraic expressions

Before discussing the degree of algebraic expressions let us understand what we mean by the degree of a monomial.

10.4.1 Degree of a monomial

Consider the term $9x^2y^2$

1. What is the exponent of 'x' in the above term?
2. What is the exponent of 'y' in the above term?
3. What is the sum of these two exponents?

The sum of all exponents of the variables present in a monomial is called the degree of the term or degree of the monomial.

10.3.2 الجبری عبارتوں کے اقسام:

عبارتوں کا نام ان میں موجود فقروں کے اعتبار سے رکھا جاتا ہے۔

مثال	عبارت کا نام	ارکان کی تعداد
$(a)x$ $(b)7xy^2$ $(c)3x^2y$ $(d)qz^2$	ایک رکنی	ایک رکن
$(a)a+4x$ $(b)x^2+2y$ $(c)3x^2-y^2$	دو رکنی	دو غیر مشابہہ ارکان
$(a)ax^2+4x+2$ $(b)7x^2-9y^2+10z^2$	تین رکنی یا سہ رکنی	تین غیر مشابہہ رکن
$(a)4x^2+2xy+cx+d$ $(b)9p^2-11q+19r+l$	کثیر رکنی	ایک سے زائد غیر مشابہہ رکن

نوٹ:۔ دو رکنی، تین رکنی کثیر رکنی الجبری عبارتیں ہیں۔

یہ کیجیے

1۔ ہر قسم کے الجبری عبارتوں کی دو مثالیں دیجیے۔

2۔ ذیل میں دی گئی عبارتوں کو ایک رکنی، دو رکنی و تین رکنی کثیر رکنی الجبری عبارتوں کی حیثیت سے نشاندہی کیجیے۔

(i) $5x^2+y+6$ (ii) $3xy$

(iii) $5x^2y+6x$ (iv) $a+4x-xy+xyz$

10.4 الجبری عبارت کا درجہ

الجبری عبارت کے درجہ پر بحث کرنے سے پہلے آیئے ہم یہ سمجھیں کہ ایک رکنی کا درجہ سے ہمارا کیا مطلب ہے۔

10.4.1 ایک رکنی عبارت کا درجہ Degree of Monomial

$9x^2y^2$ پر غور کیجیے۔

1۔ اوپر کے رکن میں x کی قوت کیا ہے۔

2۔ اوپر کے رکن میں y کی قوت کیا ہے۔

3۔ ان دونوں قوتوں کا مجموعہ کیا ہے۔

ایک رکنی عبارت کے درجہ سے مراد اس عبارت میں موجود تمام متغیرات کے قوتوں کا مجموعہ ہے۔

Observe the following table.

S. No.	Monomial	Exponents			Degree of the monomial
		x	y	z	
1	x	1	-	-	1
2	$7x^2$	2	-	-	2
3	-3xyz	1	1	1	1 + 1 + 1 = 3
4	$8y^2z^2$	-	2	2	2 + 2 = 4

10.4.2 Degree of constant terms

Let us discuss the degree of the constant term 5.

Since $x^o = 1$, we can write 5 as $5x^o$ as the exponent of the variable is '0'.

Degree of constant term is zero.

10.4.3 Degree of algebraic expressions

Observe the following table.

S. No.	Algebraic Expression	Degree of each term				Highest Degree
		First term	Second term	Third term	Fourth term	
1.	$7xy^2$	3	-	-	-	3
2	$3y - x^2y^2$	1	4	-	-	4
3	$4x^2 + 3xyz + y$	2	3	1	-	3
4	$pq - 6p^2q^2 - p^2q + 9$	2	4	3	0	4

In the second example the highest degree of one of the terms is 4. Therefore, the degree of the expression is 4. Similarly, the degree of the third expression is 3 and the degree of the fourth expression is 4.

The highest of the degrees of all the terms of an expression is called the degree of the expression.

ذیل کے جدول کا مشاہدہ کیجئے۔

نشان سلسلہ	ایک رکنی	قوت			ایک رکنی کی قوت
		x	y	z	
1	x	1			1
2	$7x^2$	2			2
3	$-3xyz$	1	1	1	1+1+1=3
4	$8y^2z^2$		2	2	2+2=4

10.4.2 مستقل رکن کا درجہ:

اب ہم مستقل رکن 5 کی قوت پر بحث کریں گے۔

چونکہ $x^0 = 1$ سے 5 کو $5x^0$ لکھا جا سکتا ہے اسلئے مستقل رکن 5 کا درجہ صفر ہوگا۔

مستقل رکن کا درجہ صفر ہوتا ہے

10.4.3 الجبری عبارتوں کا درجہ

ذیل کے جدول کا مشاہد کیجئے۔

نشان سلسلہ	الجبری فقرے	ہر رکن کا درجہ				اعظم ترین درجہ
		I پہلا رکن	II دوسرا رکن	III تیسرا رکن	IV چوتھا رکن	
1	$7x^2y$	3	-	-	-	3
2	$3y-x^2y^2$	1	4	-	-	4
3	$4x^2+3xyz+y$	2	3	1	-	3
4	$pq-6p^2q^2-p^2q+9$	2	4	3	-	4

دوسری مثال میں سب سے بڑا قوت 4 ہے اس لئے اس عبارت کا درجہ 4 ہوگا۔ اسی طرح تیسری عبارت کا درجہ 3 ہے۔ اور چوتھی مثال میں عبارت کا درجہ 4 ہے۔

ایک عبارت میں پائے جانے والے ارکان میں جس رکن کا درجہ سب سے زیادہ ہوگا وہ عبارت کا درجہ کہلاتا ہے۔

Exercise 2

1. Identify and write the like terms in each of the following groups.

   (i) $a^2, b^2, -2a^2, c^2, 4a$ (ii) $3a, 4xy, -yz, 2zy$

   (iii) $-2xy^2, x^2y, 5y^2x, x^2z$ (iv) $7p, 8pq, -5pq, -2p, 3p$

2. State whether the following are numerical expressions or algebraic expressions.

   (i) $x + 1$ (ii) $3m^2$ (iii) $-30 + 16$

   (iv) $4p^2-5q^2$ (v) 96 (vi) x^2-5yz

   (vii) $215x^2yz$ (viii) $95 \div 5 \times 2$ (ix) $2 + m + n$

   (x) $310 + 15 + 62$ (xi) $11a^2+6b^2-5$

3. Identify monomial or binomial or trinomial from the following multinomials and write them.

   (i) y^2 (ii) $4y - 7z$ (iii) $1 + x + x^2$

   (iv) $7mn$ (v) $a^2 + b^2$ (vi) 100 xyz

   (vii) $ax + 9$ (viii) $p^2 - 3pq + r$ (ix) $3y^2 - x^2y^2 + 4x$

   (x) $7x^2 - 2xy + 9y^2 - 11$

4. What is the degree of each of the monomials.

   (i) $7y$ (ii) $-xy^2$ (iii) xy^2z^2

   (iv) $-11y^2z^2$ (v) $3mn$ (vi) $-5pq^2$

5. Find the degree of each algebraic expression.

   (i) $3x-15$ (ii) $xy + yz$ (iii) $2y^2z + 9yz - 7z - 11x^2y^2$

   (iv) $2y^2z + 10yz$ (v) $pq + p^2q - p^2q^2$ (vi) $ax^2 + bx + c$

6. Write any two Algebraic expressions with the same degree.

10.5 Addition and subtraction of like terms

Observe the following problems.

1. Number of pencils with Vinay is equal to 4 times the pencils with Siddu. What is the total number of pencils both have together?

2. Tony and Basha went to a store. Tony bought 7 books and Basha bought 2 books. All the books are of same cost. How much money did Tony spend more than Basha?

مشق - 2

1۔ ذیل کے گروپس میں مشابہہ ارکان کون سے ہیں نشاندہی کر کے لکھئے۔

(i) $a^2, b^2, -2a^2, c^2, 4a$ (ii) $3a, 4xy, -yz, 2zy$

(iii) $-2x^2y, x^2y, 5y^2x, x^2z$ (iv) $7p, 8pq, -5pq, -2p, 3p$

2۔ بتایئے کہ دی گئی عبارت عددی عبارت ہے یا الجبری عبارت ہے

(i) $x+1$ (ii) $3m^2$ (iii) $-30+16$

(iv) $4p^2 - 5q^2$ (v) 96 (vi) $x^2 - 5yz$

(vii) $215x^2yz$ (viii) $95 \div 5 \times 2$ (ix) $2 + m + n$

(x) $310 + 15 + 62$ (xi) $11a^2 + 6b^2 - 5$

3۔ کیا دی گئی کثیر رکنی عبارتوں میں ایک رکنی، دو رکنی، تین رکنی عبارتوں کی شناخت کیجیے اور انہیں لکھیے۔

(i) y^2 (ii) $4y - 7z$ (iii) $1+x+x^2$

(iv) $7mm$ (v) a^2+b^2 (vi) $100xyz$

(vii) $ax + 9$ (viii) $p^2 - 3pq + r$ (ix) $3y^2 - x^2y^2 + 4x$

(x) $7x^2 - 2xy + 9y^2 - 11$

4۔ ذیل کی ایک رکنیوں کا درجہ کیا ہے۔

(i) $7y$ (ii) $-xy^2$ (ii) xy^2z^2

(iv) $-11y^2z^2$ (v) $3mn$ (vi) $-5pq^2$

5۔ الجبری عبارتوں کا درجہ معلوم کیجیے۔

(i) $3x-15$ (ii) $xy+yz$ (iii) $2y^2z + 9yz - 7z - 11x^2y^2$

(vi) $2y^2z + 10yz$ (v) $pq + p^2q - p^2q^2$ (vi) $ax^2 + bx + c$

6۔ کوئی دو الجبری عبارتیں لکھئے جسکے درجے مساوی ہوں۔

10.5 مشابہہ ارکان کی جمع اور تفریق

ذیل کے سوالات کو حل کیجیے۔

1۔ ساجد کے پاس موجود پنسل کی تعداد سہیل کے مقابلہ 4 گناہ زیادہ ہے۔ دونوں کے پاس جملہ کتنے پنسل ہیں؟

2۔ بشارت اور طاہر دونوں ملکر ایک دوکان پہنچے۔ طاہر 7 کتابیں خریدے جبکہ بشارت 2 کتابیں خریدے۔ تمام کتابوں کی قیمت یکساں ہے۔ تب بتاؤ طاہر نے بشارت کے مقابلہ کتنے زائد روپے خرچ کئے۔

To find answers to such questions we have to know how to add and subtract like terms. Let us learn how to solve the following.

1. Number of pencils with Siddhu is not given in the problem, we shall take the number as 'x'.
   Vinay has 4 times of Siddu i.e., $4 \times x = 4x$
   To find the total number of pencils, we have to add x and $4x$
   Therefore, the total number of pencils $= x + 4x$
   $= (1 + 4)\ x$
   $= 5x$ (distributive law)

2. Since the cost of each book is not given, we shall take it as 'y'.
   Therefore, Tony spends $7 \times y =$ ₹$7y$
   Basha spends $2 \times y =$ ₹$2y$
   Therefore, the amount spent by Tony more than Basha $= 7y - 2y$
   $= (7-2)y$
   $=$ ₹ $5y$ (distributive law)

Thus, we can conclude that.

The sum of two or more like terms is a like term with a numerical coefficient equal to the sum of the numerical coefficients of all the like terms in addition.

The difference between two like terms is a like term with a numerical coefficient equal to the difference between the numerical coefficients of the two like terms.

Do This

1. Find the sum of the like terms.
   (i) $5x, 7x$ (ii) $7x^2y, -6x^2y$ (iii) $2m, 11m$
   (iv) $18ab, 5ab, 12ab$ (v) $3x^2, -7x^2, 8x^2$ (vi) $4m^2, 3m^2, -6m^2, m^2$
   (vii) $18pq, -15pq, 3pq$
2. Subtract the first term from the second term.
   (i) $2xy, 7xy$ (ii) $5a^2, 10a^2$ (iii) $12y, 3y$
   (iv) $6x^2y, 4x^2y$ (v) $6xy, -12xy$

10.5.1 Addition and subtraction of unlike terms

$3x$ and $4y$ are unlike terms. Their sum can be wirtten as $3x + 4y$.

However, 'x' and 'y' are different variables so we can not apply distributive law and thus cannot add them.

اس قسم کے سوالات کوحل کرنے کیلئے ہمیں اس بات سے واقفیت ہونی چاہئے کہ مشابہہ ارکان کوکس طرح جمع اور تفریق کیا جاتا ہے۔آیئے ان سوالات کوحل کرنے کا طریقہ سیکھیں۔

1۔ ساجد کے پاس کتنے پنسل ہیں وہ سوال میں نہیں دیا گیا ہے ہم اس عدد کو x فرض کرلیں گے۔سہیل کے پاس، ساجد کے پاس سے 4 گنا زیادہ ہے۔یعنی $4\times x=4x$

جملہ پنسلوں کی تعداد معلوم کرنے کیلئے x اور $4x$ کو جمع کرنا ہوگا۔

$$x + 4x$$
$$= (1+4)x$$
$$= 5x$$ (تقسیمی خاصیت)

2۔ چونکہ ہر ایک کتاب کی قیمت نہیں دی گئی ہے۔اسلئے اس عدد کو ہم y لیں گے۔تب

طاہر کی خرچ کردہ رقم $= 7\times y =$ 7y روپیے

بشارت کی خرچ کردہ رقم $= 2\times y =$ 2y روپیے

طاہر کی بشارت سے زیادہ خرچ کردہ رقم $= 7y-2y$

$= (7-2)y$

اس طرح ہم یہ نتیجہ اخذ کرسکتے ہیں (تقسیمی خاصیت) $=$ ₹5y

دو یا دو سے زائد مشابہہ ارکان کا حاصل جمع معلوم کرنے کیلئے عددی ضریب کو جمع کرنا ہوتا ہے۔

دو مشابہہ ارکان کی تفریق کیلئے عددی ضریب کو تفریق کرنا ہوتا ہے۔

یہ کیجیے

1۔ مشابہہ ارکان کو جمع کیجیے۔

(i) $5x, 7x$ (ii) $7x^2y, -6x^2y$ (iii) $2m, 11m$

(iv) $18ab, 5ab, 12ab$ (v) $3x^2, -7x^2, 8x^2$ (vi) $4m^2, 3m^2, -6m^2, m^2$

(vii) $18pq, -15pq, 3pq$

2۔ پہلے رکن کو دوسرے رکن سے تفریق کیجیے۔

(i) $2xy, 7xy$ (ii) $5a^2, 10a^2$ (iii) $12y, 3y$

(iv) $6x^2y, 4x^2y$ (v) $6xy, -12xy$

10.5.1 غیر مشابہہ ارکان کی جمع اور تفریق

$3x$ اور $4y$ غیر مشابہہ ارکان ہیں ان کی جمع کو $3x+4y$ لکھا جاسکتا ہے۔

بہرکیف x اور y علاحدہ متغیرات ہیں۔ہم اس پر تقسیمی خاصیت کا اطلاق نہیں کرسکتے اسلئے انھیں جمع نہیں کرسکتے۔

10.6 Simplification of an algebraic expression

Consider the expression $9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$

We can see that there are some like terms in the expression. These are $9x^2$, $-3x^2$; $5y^2$, $-y^2$; $-4xy$, $2xy$ and $6xy$. On adding the like terms we get an algebraic expression in its simplified form. Let us see how the expression given above is simplified.

S.No.	Steps	Process
1.	Write down the expression	$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$
2.	Group the like terms together	$(9x^2 - 3x^2) + (2xy - 4xy + 6xy) + (5y^2 - y^2)$
3.	Addding the like terms	$(9-3)x^2 + (2-4+6)xy + (5-1)y^2 = 6x^2 + 4xy + 4y^2$

Note : If no two terms of an expression are alike then it is said to be in the simplified form.

Let us study another example: $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

Step 1: $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

Step 2: $(5x^2y + 2x^2y - 4x^2y) + (5xy^2 - xy^2) + (4-9)$ (bringing the like terms together)

Step 3: $3x^2y + 4xy^2 - 5$

Do This

1. Simplify the following.

   (i) $3m + 12m - 5m$ (ii) $25yz - 8yz - 6yz$

   (iii) $10m^2 - 9m + 7m - 3m^2 - 5m - 8$ (iv) $9x^2 - 6 + 4x + 11 - 6x^2 - 2x + 3x^2 - 2$

   (v) $3a^2 - 4a^2b + 7a^2 - b^2 - ab$ (vi) $5x^2 + 10 + 6x + 4 + 5x + 3x^2 + 8$

10.7 Standard form of an expression

Consider the expression $3x + 5x^2 - 9$. The degrees of first, second and third terms are 1, 2, and 0 respectively. Thus, the degrees of terms are not in the descending order.

By re-arranging the terms in such a way that their degrees are in descending order; we get the expression $5x^2 + 3x - 9$. Now the expression is said to be in standard form.

Let us consider 3c + 6a –2b. Degrees of all the terms in the expression are same. Thus the expression is said to be already in standard form. If we write it in alphabetical order as 6a –2b + 3c it looks more beautiful.

10.6 الجبری عبارتوں کومختصر کرنا۔

عبارت $9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 - 6xy$ پر غور کیجیے۔

اس عبارت میں کچھ مشابہہ ارکان موجود ہیں۔ وہ $9x^2$ اور $-3x^2$ پھر $5y^2$ اور y^2 اسکے علاوہ $2xy$ اور $-6xy$ انھیں جمع کرنے پر اسکی مختصر شکل حاصل ہوتی ہے۔

آیئے دی گئی عبارت کس طرح مختصر کی جاتی ہے غور کرتے ہیں۔

طریقہ کار	اقدام	سلسلہ نشان
$9x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xy - y^2 - 3x^2 + 6xy$	عبارت کو لکھئے	1
$(9x^2 - 3x^2) + (2xy - 4xy + 6xy) + (5y^2 - y^2)$	مشابہہ ارکان کو یکجا کیجیے	2
$(9 - 3)x^2 + (2 - 4 + 6)xy + (5 - 1)y^2$ $= 6x^2 + 4xy + 4y^2$	مشابہہ ارکان کو جمع کرنے پر	3

نوٹ: اگر عبارت میں دو مشابہہ ارکان نہیں ہیں تب ہم اسکو مختصر شکل کہتے ہیں۔

آیئے دوسری مثال کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

$5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

قدم 1۔ $5x^2y + 2x^2y + 4 + 5xy^2 - 4x^2y - xy^2 - 9$

قدم 2: $(5x^2y + 2x^2y - 4x^2y) + (5xy^2 - xy^2) + (4 - 9)$ مشابہہ ارکان کو یکجا کرنے پر

قدم 3: $3x^2y + 4xy^2 - 5$

یہ کیجیے

1۔ ذیل کے عبارتوں کو مختصر کیجیے۔

(i) $3m + 12m - 5m$

(ii) $25yz - 8yz - 6yz$

(iii) $10m^2 - 9m + 7m - 3m^2 - 5m - 8$

(iv) $9x^2 - 6 + 4x + 11 - 6x^2 - 2x + 3x^2 - 2$

(v) $3a^2 - 4a^2b + 7a^2 - b^2 - ab$

(vi) $5x^2 + 10 + 6x + 4 + 5x + 3x^2 + 8$

10.7 عبارت کی معیاری شکل

$3x + 5x^2 - 9$ لیجیے۔ اس عبارت میں پہلے دوسرے اور تیسرے ارکان کے درجہ ترتیب وار ایک دو اور صفر ہیں یعنی اس عبارت کے درجہ نزولی ترتیب میں نہیں ہے۔ ارکان کے درجوں کو نزولی ترتیب کے لحاظ سے ارکان کی ترتیب کو تبدیل کرنے پر ہمیں عبارت $5x^2 + 3x - 9$ حاصل ہوتی ہے اب یہ عبارت معیاری شکل میں ہے۔

اب $3c + 6a - 2b$ کو لیجئے ان میں موجود تمام ارکان کا درجہ یکساں ہے اس لئے عبارت خود معیاری شکل میں ہے۔ اگر ہم اس کو حرف تہجی کی ترتیب میں لکھیں تو $6a - 2b + 3c$ حاصل ہوتی ہے جو معیاری شکل ہے۔

In an expression, if the terms are arranged in such a way that the degrees of the terms are in descending order then the expression is said to be in standard form.

Examples of expressions in standard form (i) $7x^2+2x+11$ (ii) $5y^2-6y-9$

Do This

1. Write the following expressions in standard form.

   (i) $3x+18+4x^2$ (ii) $8-3x^2+4x$

   (iii) $-2m+6-3m^2$ (iv) $y^3+1+y+3y^2$

2. Identify the expressions that are in standard form?

   (i) $9x^2 + 6x + 8$ (ii) $9x^2 + 15 + 7x$

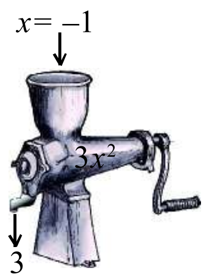
   (iii) $9x^2 + 7$ (iv) $9x^3 + 15x + 3$

   (v) $15x^2 + x^3 + 3x$ (vi) $x^2y + xy + 3$

   (vii) $x^3 + x^2y^2 + 6xy$

3. Write 5 different expressions in standard form.

10.8 Finding the value of an expression



Example 1: Find the value of $3x^2$ if $x = -1$

Solution : Step 1: $3x^2$ (write the expression)

Step 2 : $3(-1)^2$ (substitute the value of variable)

Step 3 : $3(1) = 3$

Example 2 : Find the value of x^2-y+2 if $x=0$ and $y=-1$

Solution : Step 1 : x^2-y+2 (write the expression)

Step 2 : $0^2-(-1)+2$ (substitute the value of variable)

Step 3 : $1+2=3$

Example 3 : Area of a triangle is given by $A=\frac{1}{2}bh$. If $b = 12$ cm and $h = 7$cm find the area of the triangle.

Solution : Step 1: $A=\frac{1}{2}bh$

Step 2: $A=\frac{1}{2}\times 12\times 7$

Step 3: $A = 42$ sq. cm.

عبارت میں ارکان کی ترتیب میں ان کے درجوں کے اعتبار سے نزولی ترتیب میں ہو تو اس کو معیاری عبارت کہتے ہیں۔

یہ کیجیے

1۔ حسب ذیل عبارتوں کو معیاری شکل میں لکھئے۔

(i) $3x+18+4x^2$ (ii) $8-3x^2+4x$

(iii) $-2m+6-3m^2$ (iv) $y^3+1+y+3y^2$

2۔ ذیل میں کونسی عبارت معیاری شکل میں ہے۔

(i) $9x^2+6x+8$ (ii) $9x^2+15+7x$

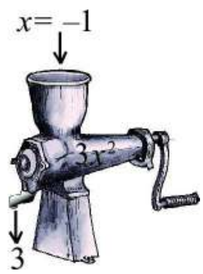
(iii) $9x^2+7$ (iv) $9x^3+15x+3$

(v) $15x^2+x^3+3x$ (vi) $x^2y+xy+3$

(vii) $x^3+x^2y^2+6xy$

3۔ 5 مختلف معیاری عبارتیں لکھئے۔

10.8 عبارت کی قدر معلوم کرنا



مثال 1: اگر $x=-1$ ہو تو $3x^2$ کی قدر معلوم کیجیے

حل: قدم i: (دی گئی عبارت لکھیے) $3x^2$

قدم ii: (متغیر کی قدر درج کیجیے) $3(-1)$

قدم iii: $3(1)=3$

مثال 2: اگر $x=0$ اور $y=-1$ ہو تو x^2-y+2 کی قدر معلوم کیجیے

حل: قدم i: (عبارت کو لکھنے پر) x^2-y+2

قدم ii: (متغیرات کی قدر درجہ کرنے پر) $0^2-(-1)+2$

قدم iii: $1+2=3$

مثال 3: مثلث کا رقبہ $a=\frac{1}{2}bh$ ہے اگر $b=12$ اور $h=7$ تب مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے۔

قدم (i) $A=\frac{1}{2}bh$

قدم (ii) $A=\frac{1}{2}\times12\times7$

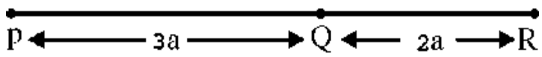
قدم (iii) $A=42$ مربع سمر

Try This

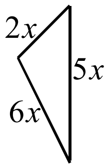
1. Find the value of the expression '$-9x$' if $x = -3$.
2. Write an expression whose value is equal to -9, when $x = -3$.

Exercise - 3

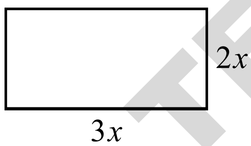
1. Find the length of the line segment PR in the following figure in terms of 'a'.



2. (i) Find the perimeter of the following triangle.



   (ii) Find the perimeter of the following rectangle.



3. Subtract the second term from first term.

   (i) $8x$, $5x$ (ii) $5p$, $11p$ (iii) $13m^2$, $2m^2$

4. . Find the values of following monomials, if $x = 1$.

   (i) $-x$ (ii) $4x$ (iii) $-2x^2$

5. Simplify and find the value of $4x + x - 2x^2 + x - 1$, when $x = -1$.

6. Write the expression $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$ in its simplified form. Find its value when $x = -2$.

7. If $x = 1$ and $y = 2$, find the values of the following expressions.

   (i) $4x - 3y + 5$ (ii) $x^2 + y^2$ (iii) $xy + 3y - 9$

8. Area of a rectangle is given by $A = l \times b$. If $l = 9$cm, $b = 6$cm, find its area?

9. Simple interest is given by $I = \dfrac{PTR}{100}$. If P = ₹ 900, T = 2 years; and R = 5%, find the simple interest.

کوشش کیجیے۔

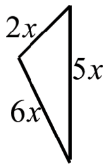
1۔ اگر $x=-3$ ہوتو عبارت $-9x^2$ کی قدر معلوم کیجیے

2۔ ایسی عبارت لکھیے جو 9- کے مساوی ہوتی ہے اگر $x=-3$ ہو

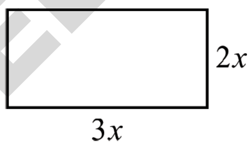
مشق - 3

1۔ ذیل کے خاکہ کی مدد سے خط PR کا طول 'a' کے رقوم میں معلوم کیجیے۔

2۔ ذیل کے مثلث کا احاطہ معلوم کیجیے۔



(ii) ذیل کے مستطیل کا احاطہ معلوم کیجیے۔



3۔ دوسرے رکن کو پہلے رکن سے تفریق کیجیے۔

(i) 8x, 5x (ii) 5p,11p (iii) $13m^2$,$2m^2$

4۔ اگر $x=1$ ہوتو ذیل کے ایک رکنی کی قدر معلوم کیجیے

(i) $-x$ (ii) $4x$ (iii) $-2x^2$

5۔ مختصر کرکے قدر معلوم کیجیے $4x+x-2x^2+x-1$ جبکہ $x=-1$

6۔ عبارت $5x^2 - 4 - 3x^2 + 6x + 8 + 5x - 13$ کو مختصر شکل میں لکھیے اور $x=-2$ پر قدر معلوم کیجیے۔

7۔ اگر $x=1$, $y=2$ تب ذیل کی عبارتوں کی قدر معلوم کیجیے۔

(i) $4x-3y+5$ (ii) x^2+y^2 (iii) $xy+3y-9$

8۔ مستطیل کا رقبہ $A = l \times b$ ہے۔ اگر $l=9$ سمر، $b=6$ سمر ہوتو رقبہ معلوم کیجیے۔

9۔ سودمفرد $I=\frac{PTR}{100}$ ہے اگر $p=900$، $T=2$ سال اور $R=5\%$ ہوتو سودمفرد معلوم کیجیے۔

10. The relationship between speed (s), distance (d) and time (t) is given by $s = \frac{d}{t}$. Find the value of s, if d = 135 meters and t = 10 seconds.

10.9 Addition of algebraic expressions

Consider the following problems.

1. Sameera has some mangoes. Padma has 9 more than Sameera. Mary says that she has 4 more mangoes than the number of mangoes Sameera and Padma have together. How many mangoes does Mary have?

Since we do not know the number of mangoes that Sameera has, we shall take them to be x mangoes.

Padma has 9 more mangoes than Sameera.

Therefore, the number of mangoes Padma has = $x + 9$ mangoes

Mary has 4 more mangoes than those Sameera and Padma have together.

Therefore, the number of mangoes Mary has = $x + (x + 9) + 4$ mangoes

= $2x + 13$ mangoes

2. In a Mathematics test Raju got 11 marks more than Imran. Rahul got 4 marks less than what Raju and Imran got together. How much did Rahul score?

Since we do not know Imran's marks, we shall take them to be x marks.

Hint : Why are we taking Imran's marks as x?

Raju got 11 more marks than Imran, therefore marks scored by Raju = $x + 11$ marks

Rahul got 4 marks less than the marks Raju and Imran scored together = $x + x + 11 – 4$ marks

= $2x + 7$ marks

In both the situations given above, we have to add and subtract algebraic expressions. There are number of real life situations in which we need to do this. Let us now learn how to add or subtract algebraic expressions.

10۔ رفتار(s) ،فاصلہ (d)اوروقت(t)کے درمیان رشتہ $s = \frac{d}{t}$ دیا گیا ہے۔(s) کی قدر معلوم کیجئے۔

اگرسمر d=135 سکنڈ t=10ہو۔

10.9 الجبری عبارتوں کی جمع Addition of algebraic expressions.

ذیل کے سوالات پرغور کیجئے۔

1۔ سنجیدہ کے پاس کچھ آم ہیں۔ پروین کے پاس سنجیدہ سے 9 آم زیادہ ہیں مریم کہتی ہیں کہ اس کے پاس دونوں کے پاس موجود آم کے مجموعہ سے 4 زائد ہیں تو بتاؤ مریم کے پاس کتنے آم ہیں؟

ہمیں معلوم نہیں ہے کہ سنجیدہ کے پاس کتنے آم ہیں اس لیئے ہم اسکو x تصور کریں گے۔

پروین کے پاس موجود آم سنجیدہ سے 9 زیادہ ہیں۔

اسلئے پروین کے پاس موجود آم کی تعداد = $x + 9$ آم

مریم کے پاس سنجیدہ اور پروین کے پاس موجود جملہ آم سے 4 زیادہ ہے۔

اسلئے مریم کے پاس آم کی تعداد = $x + (x + 9) + 4$

$= 2x + 13$ آم

2۔ ریاضی کے ٹسٹ میں رحیم کو عمران سے 11 زائد نشانات حاصل ہوئے عرفان کو رحیم اور عمران کے مجموعی نشانات سے 4 نشانات کم حاصل ہوئے۔ تب بتاؤ کہ عرفان کو کتنے نشانات حاصل ہوئے۔

چونکہ ہمیں عمران کے نشانات نہیں معلوم ہیں اسلئے اس کو x مان لیں گے۔

اشارہ: کیوں ہم عمران کے نشانات کو x مان رہے ہیں؟

رحیم کو عمران سے 11 نشانات زیادہ حاصل ہوئے = $x + 11$ نشانات

عرفان کو رحیم اور عمران کے مجموعی نشانات سے 4 نشانات کم حاصل ہوئے = $x + x + 11 - 4$ = نشانات

$= 2x+7$ = نشانات

مندرجہ بالا ان دونوں صورتوں میں ہم الجبری عبارتوں کا حاصل جمع اور تفریق کرتے ہیں۔اس طرح کے کئی واقعات روزمرہ زندگی میں پیش آتے ہیں۔اب ہم الجبری عبارتوں کو کس طرح جمع یا تفریق کیا جاتا ہے جانیں گے۔

10.9.1 Addition of Expressions

The sum of expressions can be obtained by adding like terms. This can be done in two ways.

(i) Column or Vertical Method

(ii) Row or Horizontal Method

(i) Column or Vertical Method

Example 4 : Add $3x^2+5x-4$ and $6+6x^2$

Solution:

S. No.	Steps	Process
1	Write the expressions in standard form if necessary	(i) $3x^2+5x-4=3x^2+5x-4$ (ii) $6+6x^2=6x^2+6$
2	Write one expression below the other such that the like terms come in the same column	$3x^2+5x-4$ $6x^2\quad\quad+6$
3.	Add the like terms column wise and write the result just below the concerned column	$3x^2+5x-4$ $6x^2\quad\quad+6$ $9x^2+5x+2$

Example 5 : Add $5x^2+9x+6, 4x+3x^2-8$ and $5-6x$

Solution: Step 1 :

$$5x^2+9x+6 = 5x^2+9x+6$$
$$4x+3x^2-8 = 3x^2+4x-8$$
$$5-6x = -6x+5$$

Step 2 :

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \end{array}$$

Step 3 :

$$\begin{array}{r} 5x^2+9x+6 \\ 3x^2+4x-8 \\ -6x+5 \\ \hline 8x^2+7x+3 \\ \hline \end{array}$$

10.9(1) عبارتوں کا حاصل جمع Addition of Expression

عبارتوں کا حاصل جمع مشابہہ ارکان (یکساں فقروں) کے جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے اس کے دو طریقے ہیں۔

(i) کالم یا انتصابی طریقہ column or vertical method

(ii) صف یا افقی طریقہ row or horizontal method

(i) کالم یا افقی طریقہ column or vertical method

مثال 4۔ $3x^2+5x-4$ اور $6+6x^2$ کو جمع کیجیے۔

نشان سلسلہ	مرحلے	طرز عمل
1	الجبری فقرے اگر معیاری شکل میں نہ ہو تو معیاری شکل میں لکھیے۔	(i) $3x^2 + 5x - 4 = 3x^2 + 5x - 4$ (ii) $6 + 6x^2 = 6x^2 + 6$
2	الجبری فقروں کو ایک کے نیچے ایک اسطرح لکھیں کہ مشابہہ ارکان ایک دوسرے کے نیچے آجائیں	$3x^2 + 5x - 4$ $6x^2 \qquad +6$
3	کالم اور صف کے لحاظ سے مشابہہ ارکان کو جمع کر کے متعلقہ رکن کے نیچے لکھیں۔	$3x^2 + 5x - 4$ $6x^2 \qquad + 6$ $9x^2 + 5x - 2$

مثال 5: عبارت $5x^2 + 9x + 6, 4x + 3x^2 - 8$ اور $5 - 6x$ کو جمع کیجیے۔

حل: مرحلہ 1

$$5x^2 + 9x + 6 = 5x^2 + 9x + 6$$
$$4x + 3x^2 - 8 = 3x^2 + 4x - 8$$
$$5 - 6x = -6x + 5$$

مرحلہ 2:

$$\begin{array}{r} 5x^2 + 9x + 6 \\ 3x^2 + 4x - 8 \\ - 6x + 5 \end{array}$$

مرحلہ 3:

$$\begin{array}{r} 5x^2 + 9x + 6 \\ 3x^2 + 4x - 8 \\ - 6x + 5 \\ \hline 8x^2 + 7x + 3 \\ \hline \end{array}$$

(ii) Row or Horizontal Method

Example 6 : Add $3x^2 + 5x - 4$ and $6 + 6x^2$

S. No.	Steps	Process
1	Write all expressions with addition + symbol in between them.	$3x^2 + 5x - 4 + 6 + 6x^2$
2	Re-arrange the term by grouping the like terms together.	$(3x^2 + 6x^2) + (5x) + (-4 + 6)$
3	Simplify the coefficients	$(3+6)\ x^2 + 5x + 2$
4	Write the resultant expression in standard form.	$9x^2 + 5x + 2$

Do This

1. Add the following expressions.

   (i) $x - 2y,\ 3x + 4y$

   (ii) $4m^2 - 7n^2 + 5mn,\ 3n^2 + 5m^2 - 2mn$

   (iii) $3a - 4b,\ 5c - 7a + 2b$

10.9.2 Subtraction of algebraic expressions

10.9.2(a) Additive inverse of an expression

If we take a positive number '9' then there exists '–9' such that $9 + (-9) = 0$.

Here we say that '–9' is the additive inverse of '9' and '9' is the additive inverse of '–9'.

Thus, for every positive number, there exists a negative number such that their sum is zero. These two numbers are called the additive inverse of the each other.

Is this true for algebraic expressions also? Does every algebraic expression have an additive inverse?

If so, what is the additive inverse of '$3x$'?

For '$3x$' there also exists '$-3x$' such that $3x + (-3x) = 0$

Therefore, '$-3x$' is the additive inverse of '$3x$' and '$3x$' is the additive inverse of '$-3x$'.

Thus, for every algebraic expression there exists another algebraic expression such that their sum is zero. These two expressions are called the additive inverse of the each other.

(ii) صف یا افقی طریقہ

مثال 6: $3x^2+5x-4$ اور $6+6x^2$ کو جمع کیجئے۔

نشان سلسلہ	اقدام	طرز عمل
1	دی گئی عبارتوں کے درمیان جمع کی علامت + کے ساتھ لکھیے۔	$3x^2+5x-4+6+6x^2$
2	عبارت کو مشابہہ ارکان کے لحاظ سے ایک گروپ میں لکھئے۔	$(3x^2+6x^2)+(5x)+(-4+6)$
3	عددی سروں کو مختصر کیجئے	$(3+6)x^2+5x+2$
4	نتیجہ کو معیاری شکل میں لکھئے	$9x^2+5x+2$

یہ کیجئے

1۔ ذیل کی عبارتوں کو جمع کیجئے۔

(i) $x-2y,\ 3x+4y$

(ii) $4m^2-7n^2+5mn,\quad 3m^2+5m^2-2mn$

(iii) $3a-4b,\ 5c-7a+2b$

10.9.2 الجبری عبارتوں کی تفریق

10.9.2 (a) عبارت کا جمعی معکوس

اگر ہم ایک مثبت صحیح عدد 9 لیتے ہیں تب عدد 9- اس طرح وجود رکھتا ہے کہ $9+(-9)=0$

یہاں پر ہم کہہ سکتے ہیں 9- عدد 9 کا جمعی معکوس ہے۔ اور 9 عدد 9- کا جمعی معکوس ہے۔

لہٰذا ہر مثبت صحیح عدد کے لئے ایک منفی عدد بھی موجود ہوتا ہے اس طرح کہ ان کا مجموعہ صفر ہوگا۔ یہ دونوں اعداد ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔

کیا یہ تمام الجبری عبارتوں کے لئے بھی صحیح ہوگا۔ کیا ہر الجبری عبارت جمعی معکوس رکھتی ہے؟

اگر ایسا ہے تو $3x$ کا جمعی معکوس کیا ہوگا؟

$3x$ کا جمعی معکوس $-3x$ ہے کیوں کہ $3x+(-3x)=0$

اسلئے $-3x$، $3x$ کا جمعی معکوس ہے۔ اور $3x$، $-3x$ کا جمعی معکوس ہے۔

پس ہر ایک الجبری عبارت کیلئے ایک دوسری ایسی الجبری عبارت اس طرح وجود رکھتی ہے ان کا مجموعہ صفر ہو۔ یہ دونوں عبارتیں ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔

Example 7 : Find the additive inverse of the expression ($6x^2 – 4x + 5$).

Solution: Additive inverse of $6x^2 – 4x + 5 = – (6x^2 – 4x + 5) = –6x^2 + 4x – 5$

10.9.2(b) Subtraction

Let A and B be two algebraic expressions, then A – B = A + (–B)

i.e. to subtract B from A, we add the additive inverse of B to A.

Now, let us subtract algebraic expressions using both column and row methods-

(i) Column or Vertical Method

Example 8 : Subtract $3a + 4b – 2c$ from $3c + 6a – 2b$

Solution:

S. No.	Steps	Process
1	Write both expressions in standard form if necessary	$3c+6a-2b=6a-2b+3c$ $3a+4b-2c=3a+4b-2c$
2	Write the expressions one below the other such that the expression to be subtracted comes in the second row and the like terms come one below the other.	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$
3	Change the sign of every term of the expression in the second row to get the additive inverse of the expression.	$6a-2b+3c$ $\underset{(-)}{3a}\underset{(-)}{+4b}\underset{(+)}{-2c}$
4	Add the like terms, column-wise and write the result below the concerned column.	$6a-2b+3c$ $\underset{(-)}{3a}\underset{(-)}{+4b}\underset{(+)}{-2c}$ $3a-6b+5c$

Example 9 : Subtract $4+3m^2$ from $4m^2+7m-3$

Solution: Step 1: $4m^2+7m-3 = 4m^2+7m-3$

$4+3m^2 = 3m^2+4$

Step 2: $4m^2+7m-3$

$3m^2 \qquad +4$

مثال7: عبارت $6x^2+4x+5$ کا جمعی معکوس لکھئے۔

حل:

$$(6x^2+4x+5) \text{ عبارت کا جمعی معکوس} = -(6x^2-4x+5) = -6x^2+4x-5$$

10.9.2(b) تفریق:

فرض کرو کہ A اورB دوعبارتیں ہیں۔تب A-B = A+ (-B)

یعنی عبارت A سے B تفریق کیلئے A میں B کا جمعی معکوس جمع کرنا ہوگا

اب ہم الجبری عبارتوں کوکالم اورصف طریقہ سے تفریق کریں گے۔

(i) کالم یاانتصابی طریقہ

مثال8: 3a+4b-2c کو 3c+6a-2b میں سے تفریق کیجئے۔

سلسلہ نشان	اقدام	طریقہ کار
1	دونوں عبارتوں کوچمنیوری شکل میں لکھئے (اگرضرورت ہوتو)	$3c+6a-2b=6a-2b+3c$ $3a+4b-2c=3a+4b-2c$
2	عبارتوں کوایک کے نیچے دوسری اس طرح لکھئے کہ مشابہہ ارکان ایک دوسرے کے نیچے ہوں۔	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$
3	دوسری صف کی عبارت میں موجود ہر رکن کی علامت تبدیل کیجئے۔ تا کہ عبارت کا جمعی معکوس حاصل ہو۔	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ (−) (−) (+)
4	مشابہہ ارکان کوجمع کیجئے۔اورنتیجہ مناسب کالم میں لکھئے۔	$6a-2b+3c$ $3a+4b-2c$ (−) (−) (+) $3a-6b+5c$

مثال:9- $4+3m^2$ کو $4m^2+7m-3$ سے تفریق کیجئے

قدم1۔ $4m^2+7m-3=4m^2+7m-3$

$4+3m^2 = 3m^2+4$

قدم2۔ $4m^2+7m-3$

$3m^2 \quad +4$

Step 3: $4m^2 + 7m - 3$

$\quad\quad 3m^2 \quad\quad + 4$

$\quad\quad - \quad\quad\quad -$

Step 4: $4m^2 + 7m - 3$

$\quad\quad 3m^2 \quad\quad + 4$

$\quad\quad - \quad\quad\quad -$

$\quad\quad m^2 + 7m - 7$

(ii) Row or Horizontal Method

Example 10 : Subtract $3a+4b-2c$ from $3c+6a-2b$

Solution:

S. No.	Steps	Process
1	Write the expressions in one row with the expression to be subtracted in a bracket with assigning negative sign to it.	$3c+6a-2b-(3a+4b-2c)$
2	Add the additive inverse of the second expression to the first expression	$3c+6a-2b-3a-4b+2c$
3	Group the like terms and add or subtract (as the case may be)	$(3c+2c)+(6a-3a)+(-2b-4b)$ $=5c+3a-6b$
4	Write in standard form.	$3a-6b+5c$

Example 11 : Subtract $3m^3+4$ from $6m^3+4m^2+7m-3$

Solution: Step 1: $6m^3+4m^2+7m-3-(3m^3+4)$

Step 2: $6m^3+4m^2+7m-3-3m^3-4$

Step 3: $(6m^3-3m^3)+4m^2+7m-3-4$

$=3m^3+4m^2+7m-7$

Step 4: $3m^3+4m^2+7m-7$

قدم3۔

$$\begin{array}{r} 4m^2+7m-3 \\ 3m^2+4 \\ -\quad\;\; - \end{array}$$

قدم4۔

$$\begin{array}{r} 4m^2+7m-3 \\ 3m^2+4 \\ -\quad\;\; - \\ \hline m^2+7m-7 \\ \hline \end{array}$$

(ii) صف یا افقی طریقہ

مثال10۔ 3a+4b+2c کو 3c+6a+2b میں تفریق کیجیے۔

حل:

طریقہ کار	اقدامات	سلسلہ نشان
$3c+6a-2b-(3a+4b-2c)$	عبارتوں کو (ایک) صف میں لکھئے۔اور دوسری عبارت جس کو تفریق کرنا ہے منفی علامت کے ساتھ قوسین میں لکھئے	1
$3c+6a-2b-3a-4b+2c$	دوسری عبارت کا جمعی معکوس پہلی عبارت میں جمع کیجیے۔	2
$(3c+2c)+(6a-3a)+(-2b-4b)$ $=5c+3a-6b$	مشابہہ ارکان کو یکجا کرکے جمع یا تفریق کیجیے۔ (جو بھی ضرورت ہو)	3
$3a-6b+5c$	معیاری شکل میں لکھئے	4

مثال11۔ $6m^3+4m^2+7m-3$ سے $3m^3+4$ کو تفریق کیجیے۔

قدم1۔ $6m^3+4m^2+7m-3-(3m^3+4)$

قدم2۔ $6m^3+4m^2+7m-3-3m^3-4$

قدم3۔ $(6m^3-3m^3)+4m^2+7m-3-4$

$=3m^3+4m^2+7m-7$

قدم4۔ $3m^3+4m^2+7m-7$

Exercise - 4

1. Add the following algebraic expressions using both horizontal and vertical methods. Did you get the same answer with both methods.

   (i) $x^2-2xy+3y^2$; $5y^2+3xy-6x^2$

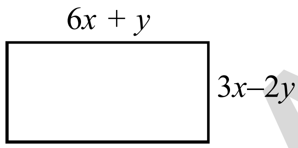
   (ii) $4a^2+5b^2+6ab$; $3ab$; $6a^2-2b^2$; $4b^2-5ab$

   (iii) $2x+9y-7z$; $3y+z+3x$; 2x - 4y- z

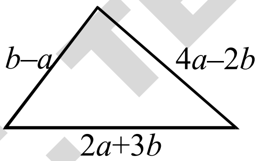
   (iv) $2x^2-6x+3$; $-3x^2-x-4$; $1+2x-3x^2$

2. Simplify : $2x^2+5x-1+8x+x^2+7-6x+3-3x^2$

3. Find the perimeter of the following rectangle?



4. Find the perimeter of a triangle whose sides are $2a+3b$, $b-a$, $4a-2b$.



5. Subtract the second expression from the first expression

   (i) $2a+b$, $a-b$

   (ii) $x+2y+z$, $-x-y-3z$

   (iii) $3a^2-8ab-2b^2$, $3a^2-4ab+6b^2$

   (iv) $4pq-6p^2-2q^2$, $9p^2$

   (v) $7-2x-3x^2$, $2x^2-5x-3$

   (vi) $5x^2-3xy-7y^2$, $3x^2-xy-2y^2$

   (vii) $6m^3+4m^2+7m-3$, $3m^3+4$

6. Subtract the sum of $x^2-5xy+2y^2$ and $y^2-2xy-3x^2$ from the sum of $6x^2-8xy-y^2$ and $2xy-2y^2-x^2$.

7. What should be added to $1+2x-3x^2$ to get x^2-x-1 ?

8. What should be taken away from $3x^2-4y^2+5xy+20$ to get $-x^2-y^2+6xy+20$?

مشق - 4

1۔ ذیل کی عبارتوں کو دونوں صف اور کالم کے طریقے سے جمع کیجیے کیا آپ دونوں طریقوں سے ایک ہی جواب حاصل کریں گے؟

(i) $x^2 - 2xy + 3y^2$; $5y^2 + 3xy - 6x^2$

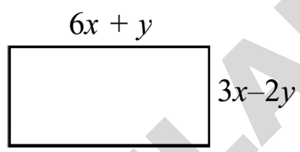
(ii) $4a^2 + 5b^2 + 6ab$; $3ab$; $6a^2 - 2b^2$; $4b^2 - 5ab$

(iii) $2x + 9y - 7z$; $3y + z + 3x$; $2x - 4y - z$

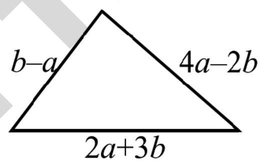
(iv) $2x^2 - 6x + 3$; $-3x^2 - x - 4$; $1 + 2x - 3x^2$

2۔ مختصر کیجیے $2x^2 + 5x - 1 + 8x + x^2 + 7 - 6x + 3 - 3x^2$

3۔ ذیل کے مستطیل کا احاطہ معلوم کیجیے۔



4۔ مثلث کا احاطہ معلوم کیجیے جس کے اضلاع $2a + 3b, b - a, 4a - 2b$.



5۔ پہلی عبارت میں سے دوسری عبارت کو تفریق کیجیے۔

(i) $2a+b, a-b$

(ii) $x+2y+z, -x-y-3z$

(iii) $3a^2-8ab-2b^2, 3a^2-4ab+6b^2$

(iv) $4pq-6p^2-2q^2, 9p^2$

(v) $7-2x-3x^2, 2x^2-5x-3$

(vi) $5x^2-3xy-7y^2, 3x^2-xy-2y^2$

(vii) $6m^3+4m^2+7m-3, 3m^3+4$

6۔ عبارتوں $6x^2 + 8xy - y^2$ اور $2xy - 2y^2 - x^2$ کے مجموعہ سے $x^2 - 5xy + 2y^2$ اور $y^2 - 2xy - 3x^2$ کے مجموعہ کو تفریق کیجیے۔

7۔ عبارت $1 + 2x - 3x^2$ میں کیا جمع کیا جائے کہ $x^2 - x - 1$ حاصل ہو؟

8۔ عبارت $3x^2 - 4y^2 + 5xy + 20$ میں کیا منہا کیا جائے کہ $-x^2 - y^2 + 6xy + 20$ حاصل ہو؟

9. The sum of 3 expressions is $8 + 13a + 7a^2$. Two of them are $2a^2 + 3a + 2$ and $3a^2 - 4a + 1$. Find the third expression.

10. If
$$A = 4x^2 + y^2 - 6xy;$$
$$B = 3y^2 + 12x^2 + 8xy;$$
$$C = 6x^2 + 8y^2 + 6xy$$

Find (i) A + B + C (ii) (A – B) –C (iii) 2A+B (iv) A-3B

Looking Back

Q5B9S3

- An algebraic expression is a single term or a combination of terms connected by the symbols '+' (plus) or '–' (minus).
- If every term of an expression is a constant term, then the expression is called a numerical expression. If an expression has at least one algebraic term, then the expression is called an algebraic expression.
- An algebraic expression contaning one term is called a monomial. An algebraic expression contaning two unlike terms is called a binomial. An algebraic expression contaning three unlike terms is called a trinomial. An algebraic expression contaning two or more unlike terms is called a multinomial.
- The sum of all the exponents of the variables in a monomial is called the degree of the term or degree of monomial.
- The degree of any constant term is zero.
- The highest of the degrees of all the terms of the expression is called the degree of the expression.
- If no two terms of an expression are alike then the expression is said to be in its simplified form.
- In an expression, if the terms are arranged in a manner such that the degrees of the terms are in descending order then the expression is said to be in standard form.
- The sum of two or more like terms is a like term with a numerical coefficient equal to the sum of the numerical coefficients of all the like terms.
- The difference between two like terms is a like term with a numerical coefficient equal to the difference between the numerical coefficients of the two like terms.

9۔ تین عبارتوں کا مجموعہ $8+13a+7a^2$ ہے اگر ان میں دو $2a^2+3a+2$ اور $3a^2-4a+1$ ہیں تب تیسری عبارت کیا ہوگی؟

10۔ اگر

$$\begin{aligned} A &= 4x^2 + y^2 - 6xy; \\ B &= 3y^2 + 12x^2 + 8xy; \\ C &= 6x^2 + 8y^2 + 6xy \end{aligned}$$

(i) A+B+C (ii) (A-B)-C

(iii) 2A+B (iv) A-3B کو معلوم کیجئے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

☆ وہ الجبری جملے یا عددی جملے جو '+' (جمع) یا '-' (منفی) علامتوں سے جڑے ہوتے ہیں الجبری عبارتیں کہلاتی ہیں۔

☆ کسی عبارت میں ہر رکن اگر مستقل رکن ہو تو اس فقرے کو عددی عبارت کہتے ہیں۔ اگر کسی عبارت میں کم از کم ایک الجبری رکن ہو تو اس کو الجبری عبارت کہتے ہیں۔

☆ وہ عبارت جس میں ایک رکن ہوتا ہے ایک رکنی عبارت کہلاتی ہے۔ وہ عبارت جس میں دو غیر مشابہ ارکان ہوتے ہیں دو رکنی عبارت کہلاتی ہے۔ اسی طرح تین غیر مشابہ ارکان والی عبارت سہ رکنی عبارت کہلاتی ہے۔ اور جس میں تین سے زائد غیر مشابہ ارکان ہوں وہ عبارت کثیر رکنی عبارت کہلاتی ہے۔

☆ کسی ایک رکنی عبارت میں اگر متغیرات کا قوت نما ایک ہو تو اس کو ایک درجی عبارت کہتے ہیں۔

☆ مستقل رکن کا درجہ صفر ہوتا ہے۔

☆ کسی عبارت کے تمام ارکان میں سب سے بڑا درجہ رکھنے والے رکن کے درجہ کو اسی عبارت کا درجہ کہتے ہیں۔

☆ اگر کسی عبارت میں موجود ارکان غیر مشابہہ ہوں تب ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ مختصر شکل میں ہے۔

☆ کسی عبارت کے ارکان کو ان کے درجوں کے لحاظ سے نزولی ترتیب میں رکھا جائے تب وہ عبارت کی معیاری شکل کہلاتی ہے۔

☆ دو یا دو سے زائد مشابہ ارکان کا مجموعہ مشابہ رکن کہلاتا ہے اور اس مشابہہ رکن کا عددی ضریب، دیئے گئے مشابہ ارکان کے عددی ضریبوں کے مجموعے کے مساوی ہوتا ہے۔

☆ دو مشابہہ ارکان کا فرق ایک مشابہ رکن اور اس مشابہ رکن کے عددی ضریب' دیئے گئے مشابہ ارکان کے عددی ضریب کے فرق کے مساوی ہوتا ہے۔

POWERS AND EXPONENTS

11

R9N5X4

11.0 Introduction

The population of India according to 2011 census is about 120,00,00,000

The approximate distance between the sun and the earth is 15,00,00,000 km.

The speed of the light in vacuum is about 30,00,00,000 m/sec.

The population of Andhra Pradesh according to 2011 census is about 8,50,00,000.

These are all very large numbers. Do you find it easy to read, write and understand such large numbers? No, certainly not.

Thus, we need a way in which we can represent such larger numbers in a simpler manner. Exponents help us in doing so. In this chapter you will learn more about exponents and the laws of exponents.

11.1 Exponential Form

Let us consider the following repeated additions:

$4 + 4 + 4 + 4 + 4$

$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

$7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7$

We use multiplication to shorten the representation of repeated additions by writing 5×4, 6×5 and 8×7 respectively.

Now can we express repeated multiplication of a number by itself in a simpler way?

Let us consider the following illustrations.

The population of Bihar as per the 2011 Census is about 10,00,00,000.

Here 10 is multiplied by itself for 8 times i.e. $10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10$.

So we can write the population of Bihar as 10^8. Here 10 is called the base and 8 is called the exponent. 10^8 is said to be in exponential form and it is read as 10 raised to the power of 8.

The speed of light in vacuum is 30,00,00,000 m/sec. This is expressed as 3×10^8 m/sec. in exponential form. In 3×10^8, 10^8 is read as *'10 raised to the power of 8'*. 10 is the base and 8 is the exponent.

11 قوت اورقوت نما
Powers and Exponents

11.0 تمہید:۔

2011ء کی مردم شماری کے اعتبار سے ہمارے ملک کی آبادی تقریباً 1,20,00,00,000 ہے۔

زمین اورسورج کے درمیان فاصلہ تقریباً 15,00,00,000 کلومیٹر ہے۔

خلاء میں روشنی کی رفتار تقریباً 30,00,00,000 میٹر فی سکنڈ ہے۔

2011ء کی مردم شماری کے اعتبار سے آندھراپردیش کی آبادی تقریباً 8,50,00,000 ہے۔

یہ تمام بڑے اعداد ہیں۔ کیا آپ انھیں آسانی سے پڑھ، لکھ اور سمجھ سکتے ہیں؟ نہیں، یقیناً نہیں اسلئے ان بڑے اعداد کو مختصر طور پر ظاہر کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔ قوت نما کے ذریعہ بڑے اعداد کو مختصر شکل میں ظاہر کرنے میں مدد ملتی ہے۔ اِس باب میں آپ قوت نما اوراُن کے قوانین کے بارے میں پڑھیں گے۔

11.1 قوت نمائی شکل:۔

مندرجہ ذیل مکرر جمع کے طریقے پر غور کریں۔

4+4+4+4+4

5+5+5+5+5

7+7+7+7+7+7+7+7

مندرجہ بالا مکرر جمع کردہ اعداد کو عمل ضرب کے طریقہ کار میں اختصار کے ساتھ بالترتیب 5×4، 5×5 اور 8×7 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

کیا ہم ایک ہی صحیح عدد کے مکرر ضرب کو مختصر طور پر لکھ سکتے ہیں؟

مندرجہ ذیل توضیحات پر غور کریں۔

2011ء کے مردم شماری کے مطابق بہار کی آبادی تقریباً 10,00,00,000 ہے۔

یہاں پر عدد 10 خود سے 8 مرتبہ ضرب ہوتا ہے۔ یعنی $10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10$

اسطرح ہم بہار کی آبادی کو 10^8 کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ یہاں 10 اساس اور 8 قوت نما کہلاتا ہے۔

10^8 کو قوت نما کی شکل کہتے ہیں۔ یعنی اسکو 10 کی قوت 8 پڑھا جاتا ہے۔ خلاء میں نور کی رفتار 30,00,00,000 میٹر فی سکنڈ ہے۔ اسکو $3\text{x}10^8$ میٹر فی سکنڈ سے ظاہر کرتے ہیں۔ جو اسکی قوت نمائی شکل ہے۔ 3×10^8 میں $(10)^8$ کو 10 کی قوت 8 پڑھا جاتا ہے۔ جہاں پر 10 اساس اور 8 قوت نما ہے۔

The approximate distance between the sun and the earth is 15,00,00,000 km. This is expressed as 15×10^7 km in exponential form. In 10^7, 10 is the base and 7 is the exponent.

The population of Andhra Pradesh according to 2011 census is about 8,50,00,000. This is expressed as 85×10^6 in exponential form. 10^6 is read as *'10 raised to the power of 6'*. Here 10 is the base and 6 is the exponent.

We can also use exponents in writing the expanded form of a given number for example the expanded form of 36584 = $(3\times10000) + (6\times1000) + (5\times100) + (8\times10) + (4\times1)$

$$= (3\times10^4) + (6\times10^3) + (5\times10^2) + (8\times10^1) + (4\times1)$$

Do This

1. Write the following in exponential form. (values are rounded off)
   (i) Total surface area of the Earth is 510,000,000 square kilometers.
   (ii) Population of Rajasthan is approximately 7,00,00,000
   (iii) The approximate age of the Earth is 4550 million years.
   (iv) 1000 km in meters
2. Express (i) 48951 (ii) 89325 in expanded form using exponents.

11.1.1 Exponents with other bases

So far we have seen numbers whose base is 10. However, the base can be any number.

For example $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

Here 3 is the base and 4 is the exponent.

Similarly, $125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$

Here 5 is the base and 3 is the exponent.

Example 1: Which is greater 3^4 or 4^3 ?

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

$81 > 64$

Therefore, $3^4 > 4^3$

زمین اور سورج کا درمیانی فاصلہ لگ بھگ 15,00,00,000 کلومیٹر ہے۔اس عدد کو قوت نمائی شکل میں 15×10^7 کلومیٹر لکھا جاتا ہے۔ 10^7 میں 10 کو اساس اور 7 کو قوت نما کہتے ہیں۔

2011ء کی مردم شماری کے مطابق آندھرا پردیش کی آبادی تقریباً 8,50,00,000 ہے جس کو قوت نمائی میں 85×10^6 سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ 10^6 کو 10 کی قوت نما 6 پڑھتے ہیں۔جہاں پر 10 اساس اور 6 قوت نما ہے۔

قوت نما کو ہم اعداد کی توسیعی شکل میں بھی استعمال کرسکتے ہیں۔مثلاً 36584 کی توسیعی شکل

36584 کی توسیعی شکل $= (3\times10000) + (6\times1000) + (5\times100) + (8\times10) + (4\times1)$

$$= (3\times10^4) + (6\times10^3) + (5\times10^2) + (8\times10^1) + (4\times1)$$

یہ کیجیے

1۔ مندرجہ ذیل کو قوت نمائی میں لکھئے۔(قدروں کو roundoff کیا گیا ہے)

(i) زمین کا سطحی رقبہ 510,000,000 مربع کلومیٹر ہے۔

(ii) راجستھان کی آبادی لگ بھگ 7,00,00,000 ہے۔

(iii) زمین کی ارتقائی عمر تقریباً 4550 ملین سال ہے۔

(iv) 1000 کلومیٹر، کو میٹر میں۔

2۔ دیئے گئے اعداد کو قوت نمائی شکل کے استعمال سے توسیعی شکل میں ظاہر کیجیے۔ (i) 48951 (ii) 89325

11.1.1 قوت نما کے شکل مختلف اساس:

مندرجہ بالا مثالوں میں ہم اساس 10 کے قوت نمائی اعداد دیکھ چکے ہیں۔اس کے علاوہ اساس کوئی بھی عدد ہوسکتا ہے۔

مثلاً $81 = 3\times3\times3\times3 = 3^4$

یہاں پر اساس 3 ہے اور قوت 4 ہے

اسی طرح:۔ $125 = 5\times5\times5 = 5^3$

یہاں پر اساس 5 ہے اور قوت 3 ہے۔

مثال 1:۔ 3^4 یا 4^3 میں کونسا بڑا ہے؟

$$3^4 = 3\times3\times3\times3 = 81$$

$$4^3 = 4\times4\times4 = 64$$

$$81 > 64$$

$$3^4 > 4^3$$

لہٰذا $3^4 > 4^3$

Do This

1. Is 3^2 equal to 2^3 ? Justity.
2. Write the following numbers in exponential form. Also state the
   (a) base (b)exponent and (c) how it is read.
   (i) 32 (ii) 64 (iii) 256 (iv) 243 (v) 49

Squared and cubed

When any base is raised to the power 2 or 3, it has a special name.

$10^2 = 10 \times 10$ and is read as **'10 raised to the power 2'** or **'10 squared'**. Similarly, $4^2 = 4 \times 4$ and can be read as **'4 raised to the power of 2'** or **'4 squared'**.

$10 \times 10 \times 10 = 10^3$ is read as **'10 raised to the power 3'** or **'10 cubed '**.

Similarly, $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ and can be read as **'6 raised to the power 3'** or **'6 cubed'.**

In general, we can take any positive number 'a' as the base and write.

$a \times a$ $= a^2$ (this is read as 'a raised to the power of 2' or 'a squared')

$a \times a \times a$ $= a^3$ (this is read as 'a raised to the power of 3' or 'a cubed')

$a \times a \times a \times a$ $= a^4$ (this is read as 'a raised to the power of 4')

____________ $= a^5$ (______________________________________)

____________ $= a^6$ (______________________________________) and so on.

Thus, we can say that $a \times a \times a \times a \times a \times$..................... 'm' times = a^m where 'a' is the base and 'm' is the exponent.

Do This

1. Write the expanded form of the following.
   (i) p^7 (ii) l^4 (iii) s^9 (iv) d^6 (v) z^5
2. Write the following in exponential form.
   (i) $a \times a \times a \times$ .... 'l' times
   (ii) $5 \times 5 \times 5 \times 5$.................... '$n$' times
   (iii) $q \times q \times q \times q \times q$ .... 15 times
   (iv) $r \times r \times r \times$ .... 'b' times

یہ کیجیے

1۔ کیا 3^2 مساوی ہوتا 2^3 کے؟ وضاحت کیجئے۔

2۔ مندرجہ ذیل اعداد کو قوت نما میں ظاہر کیجئے مزید (a) اساس (b) قوت (c) ان کو کس طرح پڑھا جاتا ہے؟ لکھئے۔

(i) 32 (ii) 64 (iii) 256 (iv) 243 (v) 49

مربع اور مکعب:

جب کسی اساس کی قوت 2 یا 3 لی جاتی ہے۔ تو اس قوت کو مخصوص نام دیا جاتا ہے۔

$10 \times 10 = 10^2$ کو 10 کی قوت 2 پڑھا جاتا ہے یا 10 کا مربع کہا جاتا ہے۔ اسی طرح $4 \times 4 = 4^2$ کو 4 کی قوت 2 پڑھا جاتا ہے یا 4 کا مربع کہا جاتا ہے۔

$10 \times 10 \times 10 = 10^3$ کو 10 کی قوت 3 پڑھا جاتا ہے یا 10 کا مکعب کہا جاتا ہے۔

اسی طرح $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ کو 6 کی قوت 3 پڑھا جاتا ہے یا 6 کا مکعب کہا جاتا ہے۔

عام طور پر ہم کسی مثبت عدد 'a' کو اساس مان کر ذیل کی طرح لکھ سکتے ہیں۔

$a \times a = a^2$ (a کی قوت 2 یا a کا مربع پڑھا جاسکتا ہیں)

$a \times a \times a = a^3$ (a کی قوت 3 یا a کا مکعب پڑھا جاسکتا ہے)

$a \times a \times a \times a = a^4$ (a کی قوت 4 پڑھ سکتے ہیں)

$a^5 =$ .... (   )

$a^6 =$ .... (   )

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ $a \times a \times a \times a \times a \times$ ....m مرتبہ $= a^m$ جہاں پر 'a' اساس ہے اور 'm' اس کی قوت ہے۔

یہ کیجیے

1۔ مندرجہ ذیل کو توسیعی شکل میں ظاہر کیجئے۔

(i) p^7 (ii) l^4 (iii) s^9 (iv) d^6 (v) z^5

2۔ مندرجہ ذیل کو قوت نما میں لکھئے۔

(i) $a \times a \times a \times a \times a \times$ .... l مرتبہ

(ii) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times$ .... n مرتبہ

(iii) $q \times q \times q \times q \times q \times$ .... 15 مرتبہ

(iv) $r \times r \times r \times r \times r \times$ .... b مرتبہ

11.2 Writing a number in exponential form through prime factorization.

Let us express the following numbers in the exponential form using prime factorization.

(i) 432 (ii) 450

Solution (i): $432 = 2 \times 216$

$= 2 \times 2 \times 108$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 54$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

$= 2^4 \times 3^3$

2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

Therefore, $432 = 2^4 \times 3^3$

(ii) 450 $= 2 \times 225$

$= 2 \times 3 \times 75$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 25$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 2 \times 3^2 \times 5^2$

2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

Therefore, $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$

Do This

Write the following in exponential form using prime factorization.

(i) 2500 (ii) 1296 (iii) 8000 (iv) 6300

Exercise - 1

1. Write the base and the exponent in each case. Also, write the term in the expanded form.

   (i) 3^4 (ii) $(7x)^2$ (iii) $(5ab)^3$ (iv) $(4y)^5$

2. Write the exponential form of each expression.

   (i) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

   (ii) $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

   (iii) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

11.2 عدد کو مفرد اجزائے ضربی کی قوت نما کے حاصل ضرب میں لکھنا

آیئے۔ مندرجہ ذیل اعداد کو مفرد اجزائے ضربی کے استعمال سے قوت نما میں ظاہر کریں گے۔

(i) 432 (ii) 450

2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$$\begin{aligned} 432 &= 2 \times 216 \\ &= 2 \times 2 \times 108 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 54 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 27 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 9 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3) \\ &= 2^4 \times 3^3 \end{aligned}$$

اس طرح $432 = 2^4 \times 3^3$

2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

(ii) $$\begin{aligned} 450 &= 2 \times 225 \\ &= 2 \times 3 \times 75 \\ &= 2 \times 3 \times 3 \times 25 \\ &= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \\ &= 2 \times 3^2 \times 5^2 \end{aligned}$$

لہٰذا $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$

یہ کیجیے

مندرجہ ذیل کو مفرد اجزائے ضربی کی مدد سے قوت نما میں لکھئے۔

(i) 2500 (ii) 1296 (iii) 8000 (iv) 6300

مشق - 1

1۔ مندرجہ ذیل کو اساس اور قوت میں لکھئے۔ نیز ان کو توسیعی شکل میں ظاہر کیجئے۔

(i) 3^4 (ii) $(7x)^2$ (iii) $(5ab)^3$ (iv) $(4y)^5$

2۔ مندرجہ ذیل کو قوت نما کی شکل میں لکھئے۔

(i) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

(ii) $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(iii) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

3. Express the following as the product of exponents through prime factorization.

(i) 288 (ii)1250 (iii) 2250 (iv) 3600 (v) 2400

4. Identify the greater number in each of the following pairs.

(i) 2^3 or 3^2 (ii) 5^3 or 3^5 (iii) 2^8 or 8^2

5. If $a = 3$, $b = 2$ find the value of (i) $a^b + b^a$ (ii) $a^a + b^b$ (iii) $(a + b)^b$ (iv) $(a–b)^a$

11.3 Laws of exponents

When we multiply terms with exponents we use some rules to find the product easily. These rules have been discussed here.

11.3.1 Multiplying terms with the same base

Example 2 : $2^4 \times 2^3$

Solution : $2^4 \times 2^3 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{\text{4 times}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{\text{3 times}}$

$= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{7 times}}$

$= 2^7$ and this is same as 2^{4+3} (as $4 + 3 = 7$)

Therefore, $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3}$

Example 3: $5^2 \times 5^3$

Solution : $5^2 \times 5^3 = \underbrace{(5 \times 5)}_{\text{2 times}} \times \underbrace{(5 \times 5 \times 5)}_{\text{3 times}}$

$= \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{5 times}}$

$= 5^5$ and this is same as 5^{2+3} (as $2 + 3 = 5$)

Therefore, $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3}$

Do This

Find the values of 2^4, 2^3 and 2^7

verify whether $2^4 \times 2^3 = 2^7$

Find the values of 5^2, 5^3 and 5^5 and verify whether $5^2 \times 5^3 = 5^5$

3۔ مندرجہ ذیل کو مفرد اجزائے ضربی کے قوت نما کے حاصل ضرب میں ظاہر کیجئے۔

(i) 288 (ii) 1250 (iii) 2250 (iv) 3600 (v) 2400

4۔ مندرجہ ذیل جوڑ میں کونسا بڑا عدد ہے شناخت کیجئے۔

(i) 2^3 یا 3^2 (ii) 5^3 یا 3^5 (iii) 2^8 یا 8^2

5۔ اگر $a=3$, $b=2$ تب قدر معلوم کیجئے۔

(i) $a^b + b^a$ (ii) $a^a + b^b$ (iii) $(a + b)^b$ (iv) $(a-b)^a$

11.3 قوت نما کے قوانین۔

قوت نما ارکان کا حاصل ضرب آسانی سے معلوم کرنے کے لئے ہم چند اُصولوں کی مدد لیں گے۔ یہ مروجہ اُصول ذیل میں دیئے گئے ہیں۔

11.3.1 مساوی اساس کے ارکان کی حاصل ضرب

مثال 2: $2^4 \times 2^3$

حل:۔ $2^4 \times 2^3 = \underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{\text{4 مرتبہ}} \times \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{\text{3 مرتبہ}}$

$= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{7 مرتبہ}}$

2^7 اور یہ 2^{4+3} کی قدر مساوی ہوگی $(4 + 3 = 7)$

لہٰذا $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3}$

مثال 3۔ $5^2 \times 5^3$

حل: $5^2 \times 5^3 = \underbrace{(5 \times 5)}_{\text{دو مرتبہ}} \times \underbrace{(5 \times 5 \times 5)}_{\text{تین مرتبہ}}$

$= \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{5 مرتبہ}}$

5^5 اور یہ 5^{2+3} کی قدر مساوی ہوگی $(2+3=5)$

$5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$

یہ کیجیے

$2^4, 2^3$ اور 2^7 کی قدر معلوم کیجئے اور جانچ کیجئے آیا $2^4 \times 2^3 = 2^7$؟

$5^2, 5^3$ اور 5^5 کی قدر معلوم کیجئے نیز جانچ کیجئے کہ $5^2 \times 5^3 = 5^5$

Example 4 : $a^4 \times a^5$

Solution: $a^4 \times a^5 = (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a)$

$= (a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a)$

$= a^9$ and this is same as a^{4+5} (as $4 + 5 = 9$)

Therefore, $a^4 \times a^5 = a^{4+5}$

Based on the above observations we can say that.

$\boldsymbol{a^m \times a^n = (a \times a \times a \ldots\ldots\ldots\ldots 'm' \text{ times}) \times (a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots 'n' \text{ times}) = a^{m+n}}$

For any non-zero integer 'a', and integers 'm' and 'n'

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Do This

1. Simplify the following using the formula $a^m \times a^n = a^{m+n}$

   (i) $3^{11} \times 3^9$ (ii) $p^5 \times p^8$

2. Find the appropriate number in place of the symbol '?' in the following.

   Let 'k' be any non zero integer

   (i) $k^3 \times k^4 = k^?$ (ii) $k^{15} \times k^? = k^{31}$

11.3.2 Exponent of exponent

Example 5 : Consider $(3^2)^3$

Solution : Here ' 3^2 ' is the base and' 3' is the exponent

$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= 3^{2+2+2}$ (multplying terms with the same base)

$= 3^6$ and this is the same as $3^{2\times3}$ (as $2 \times 3 = 6$)

Therefore, $(3^2)^3 = 3^{2\times3}$

Do This

Compute 3^6 , cube of 3^2 and verify whether $(3^2)^3 = 3^6$?

مثال4۔ $a^4 \times a^5$

حل:۔ $a^4 \times a^5 = (a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a)$

$$= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a$$

$$= a^9$$

اور یہ a^{4+5} کی قدر مساوی ہوگی $(4 + 5 = 9)$

اس لیے $a^4 \times a^5 = a^{4+5}$

اوپر دی گئی مثالوں کے مشاہدہ سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$a^m \times a^n = (a \times a \times a \times a$ ....مرتبہ$m) \times (a \times a \times a \times a$ ....مرتبہ$n) = a^{m+n}$

کسی بھی غیر صفری صحیح عدد 'a' اور صحیح اعداد m اور n کے لیے

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

یہ کیجیے

1. ضابطے $a^m \times a^n = a^{m+n}$ کی مدد سے مندرجہ ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i) $3^{11} \times 3^9$ (ii) $p^5 \times p^8$

2. سوالات میں دیئے گئے علامات (؟) کے بجائے کوئی مناسب عدد درج کیجیے۔

جہاں k ایک غیر صفری عدد ہو۔

(i) $k^3 \times k^4 = k^?$ (ii) $k^{15} \times k^? = k^{31}$

11.3.2 قوت نما کی قوت

مثال5: غور کیجیے $(3^2)^3$

حل: یہاں پر 3^2، اساس ہے۔اور 3، اِس کی قوت ہے۔

$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2+2+2}$

(مساوی اساس کے اعداد کو ضرب دینے پر) $= 3^6$

اور یہ $3^6 = 3^{2\times3}$ کی طرح ہے۔

$\therefore (3^2)^3 = 3^{2\times3} = 3^6$

یہ کیجیے

3^2 اور 3^2 کا مکعب محسوب کیجیے اور جانچ کیجیے کیا۔ $(3^2)^3 = 3^6$

Example 6 : Let us consider $(4^5)^3$

Solution : $(4^5)^3 = 4^5 \times 4^5 \times 4^5$

$= 4^{5+5+5}$ (multplying terms with the same base)

$= 4^{15}$ and this is same as $4^{5\times3}$ (as $5 \times 3 = 15$)

Therefore, $(4^5)^3 = 4^{5\times3}$

Example 7: $(a^m)^4$

Solution : $(a^m)^4 = a^m \times a^m \times a^m \times a^m$

$= a^{m+m+m+m}$ (multplying terms with the same base)

$= a^{4m}$ and this is same as $a^{m\times4}$ (as $4 \times m = 4m$)

Therefore, $(a^m)^4 = a^{m\times4}$

Based on all the above we can say that $(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m$ **...... n times** $= a^{m+m+m+\dots\ n\ times}$

$= a^{mn}$

For any non-zero integer 'a' and integers 'm' and 'n'

$(a^m)^n = a^{mn}$

11.3.3 Exponent of a product

Example 8 : Consider $3^5 \times 4^5$

Solution : Here 3^5 and 4^5 have the same exponent 5 but different bases.

$3^5 \times 4^5 = (3\times3\times3\times3\times3) \times (4\times4\times4\times4\times4)$

$= (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4) \times (3\times4)$

$= (3\times4)^5$

Therefore, $3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5$

Example 9: Consider $4^4 \times 5^4$

Solution : Here 4^4 and 5^4 have the same exponent 4 but have different bases.

$4^4 \times 5^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5)$

$= (4 \times 5)\times (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5)$

$= (4 \times 5)^4$

Therefore, $4^4 \times 5^4 = (4 \times 5)^4$

مثال6:- آیئے $(4^5)^3$ پرغور کریں۔

حل: $(4^5)^3 = 4^5 \times 4^5 \times 4^5$

$= 4^{5+5+5}$ (مساوی اساس کے ارکان کے حاصل ضرب)

اس لیے $= (4^5)^3 = 4^{5\times3} = 4^{15}$

مثال7: $(a^m)^4$

حل:

$$\left(a^m\right)^4 = a^m \times a^m \times a^m \times a^m$$

$$= a^{m+m+m+m}$$

$$= a^{4m} = a^{m\times4}$$

$$\therefore \left(a^m\right)^4 = a^{m\times4} = a^{4m}$$

اوپر دی گئی مثالوں کے مشاہدہ سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ

$(a^m)^n = (a^m \times a^m \times a^m \times a^m$ ....مرتبہ$n) = a^{m+m+m+m.....n}$ مرتبہ $= a^{mn}$

> کوئی غیر صفری عدد "a" اور صحیح اعداد m اور n کے لئے
>
> $(a^m)^n = a^{mn}$

11.3.3 مساوی قوت کے قوت نماؤں کی ضرب

مثال8: $3^5 \times 4^5$ پرغور کیجیے

حل: یہاں پر 3^5 اور 4^5 میں مختلف اساس ہیں لیکن قوت مساوی ہے (یعنی 5)

$$3^5 \times 4^5 = (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4)$$

$$= (3 \times 4) \times (3 \times 4) \times (3 \times 4) \times (3 \times 4) \times (3 \times 4)$$

$$= 3^5 \times 4^5 = (3 \times 4)^5$$

مثال9: $4^4 \times 5^4$ پرغور کیجیے

حل: یہاں پر 5^4 اور 4^4 میں مختلف اساس ہیں لیکن قوت مساوی ہے (یعنی 4)

$$4^4 \times 5^4 = (4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5)$$

$$= (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5)$$

$$= (4 \times 5)^4$$

$$\therefore 4^4 \times 5^4 = (4 \times 5)^4$$

Example 10 : Consider $p^7 \times q^7$

Solution : Here p^7 and q^7 have the same exponent 7 but different bases.

$$p^7 \times q^7 = (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p) \times (q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$$

$$= (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p \times q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$$

$$= (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q)$$

$$= (p \times q)^7$$

Therefore, $p^7 \times q^7 = (p \times q)^7$

Based on all the above we can conclude that $a^m \times b^m = (a \times b)^m = (ab)^m$

For any two non-zero integers 'a', 'b' and any positive integer 'm'

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

Do This

Simplify the following using the law $a^m \times b^m = (a\,b)^m$

(i) $(2 \times 3)^4$ (ii) $x^p \times y^p$ (iii) $a^8 \times b^8$ (iv) $(5\times4)^{11}$

11.3.4 Division of exponents

Before discussing division of exponents we will now discuss about negative exponents.

11.3.4(a) Negative exponents

Observe the following pattern.

2^5	=	32	3^5	=	243
2^4	=	16	3^4	=	81
2^3	=	8	3^3	=	27
2^2	=	4	3^2	=	9
2^1	=	2	3^1	=	3
2^0	=	1	3^0	=	1
2^{-1}	=		3^{-1}	=	
(Hint: half of 1)			(Hint: one-third of 1)		
2^{-2}	=		3^{-2}	=	

مثال10: $p^7 \times q^7$ پرغور کیجیے

حل: یہاں پر p^7 اور q^7 میں مختلف اساس ہیں لیکن قوت مساوی ہے (یعنی 7)

$$p^7 \times q^7 = (p \times p \times p \times p \times p \times p \times p) \times (q \times q \times q \times q \times q \times q \times q)$$

$$p \times p \times p \times p \times p \times p \times p \times q \times q \times q \times q \times q \times q \times q$$

$$= (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q) \times (p \times q)$$

$$= (p \times q)^7$$

اس لیے $p^7 \times q^7 = (p \times q)^7$

اوپر دی گئی مثالوں کا مشاہدہ کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ $a^m \times b^m = (a \times b)^m = (ab)^m$

کوئی دو غیر صفری صحیح اعداد a، b اور مثبت صحیح عدد m کے لیے

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

یہ کیجیے

ضابطہ $a^m \times b^m = (ab)^m$ کی مدد سے مندرجہ ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i) $(2 \times 3)^4$ (ii) $x^p \times y^p$ (iii) $a^8 \times b^8$ (iv) $(5 \times 4)^{11}$

11.3.4 قوت نما کی تقسیم

قوت نما کی عملی تقسیم کے بارے میں جاننے سے قبل ہم یہ جانیں گے کہ منفی قوت کیا ہوتی ہے۔

11.3.4(a) منفی قوت نما

$2^5 = 32$	$3^5 = 243$
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$
$2^2 = 4$	$3^2 = 9$
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$
$2^0 = 1$	$3^0 = 1$
$2^{-1} =$	$3^{-1} =$
(ایک کا نصف)	(اشارہ ایک کا ایک تہائی)
$2^{-2} =$	$3^{-2} =$

What part of 32 is 16?

What is the difference between 2^5 and 2^4?

You will find that each time the exponent decreases by 1, the value becomes half of the previous.

From the above patterns we can say.

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ and $2^{-2} = \frac{1}{4}$

$3^{-1} = \frac{1}{3}$ and $3^{-2} = \frac{1}{9}$

Furthermore, we can see that $2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$

similarly, $3^{-1} = \frac{1}{3}$ and $3^{-2} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$

For any non -zero integer '*a*' and any integer '*n*'

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Do This

1. Write the following, by using $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, with positive exponents.

(i) x^{-7} (ii) a^{-5} (iii) 7^{-5} (iv) 9^{-6}

11.3.4(b) Zero exponents

In the earlier discussion we have seen that

$2^0 = 1$

$3^0 = 1$

Similarly we can say

$4^0 = 1$

$5^0 = 1$ and so on

Thus for non zero integer 'a', $a^0 = 1$

32 کا کونسا حصّہ 16 ہے؟

2^5 اور 2^4 میں کیا فرق ہے؟

آپ دیکھیں گے کہ ہر مرتبہ قوت میں 1 کی کمی واقع ہونے پر حاصل قدر پچھلی قدر کی نصف ہوجاتی ہے۔اوپر کی ترتیب سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں۔

$2^{-1} = \frac{1}{2}$ اور $2^{-2} = \frac{1}{4}$ اور

$3^{-1} = \frac{1}{3}$ اور $3^{-2} = \frac{1}{9}$

مزید ہم لکھ سکتے ہیں کہ $2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$

اس طرح $3^{-1} = \frac{1}{3}$ اور $3^{-2} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$

کوئی غیر صفری صحیح عدد 'a' اور کوئی بھی صحیح عدد 'n' کے لیے

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

یہ کیجیے

1. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ضابطہ کی مدد سے مندرجہ ذیل کو مثبت قوت میں ظاہر کیجیے۔

(i) x^{-7} (ii) a^{-5} (iii) 7^{-5} (iv) 9^{-6}

11.3.4(b) صفری قوت

پچھلے مباحثہ میں ہم نے غور کیا ہے کہ $2^0 = 1$

$3^0 = 1$

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں $4^0 = 1$

$5^0 = 1$

اس طرح کسی غیر صفری صحیح عدد 'a' کے لیے $a^0 = 1$

11.3.4(c) Division of exponents having the same base

Example 11 : Consider $\frac{7^7}{7^3}$

Solution : $\frac{7^7}{7^3} = \frac{7\times7\times7\times7\times\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}}{\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}} = 7\times7\times7\times7$

$= 7^4$ which is same as 7^{7-3} (as $7 - 3 = 4$)

Therefore, $\frac{7^7}{7^3} = 7^{7-3}$

Example 12: Consider $\frac{3^8}{3^3}$

Solution : $\frac{3^8}{3^3} = \frac{3\times3\times3\times3\times3\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}} = 3\times3\times3\times3\times3$

$= 3^5$ which is same as 3^{8-3} (as $8 - 3 = 5$)

Therefore, $\frac{3^8}{3^3} = 3^{8-3}$

Example 13: Consider $\frac{5^5}{5^8}$

Solution : $\frac{5^5}{5^8} = \frac{\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}}{5\times5\times5\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}} = \frac{1}{5\times5\times5} = \frac{1}{5^3}$

$\frac{1}{5^3}$ which is same as $\frac{1}{5^{8-5}}$ (as $8 - 5 = 3$)

Therefore, $\frac{5^5}{5^8} = \frac{1}{5^{8-5}}$

Example 14: Consider $\frac{a^2}{a^7}$

Solution : $\frac{a^2}{a^7} = \frac{\cancel{a}\times\cancel{a}}{a\times a\times a\times a\times a\times\cancel{a}\times\cancel{a}} = \frac{1}{a\times a\times a\times a\times a}$

$= \frac{1}{a^5}$ which is the same as $\frac{1}{a^{7-2}}$ (as $7 - 2 = 5$)

Therefore, $\frac{a^2}{a^7} = \frac{1}{a^{7-2}}$

11.3.4(c) مساوی اساس والے قوت نمائی کی تقسیم

مثال 11: غور کیجیے $\frac{7^7}{7^3}$

حل: $\frac{7^7}{7^3} = \frac{7\times7\times7\times7\times\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}}{\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}} = 7\times7\times7\times7$

$=7^4$ جو 7^{7-3} کے مساوی ہے $(7-3=4)$

$\therefore \frac{7^7}{7^3} = 7^{7-3} = 7^4$

مثال 12: $\frac{3^8}{3^3}$ پر غور کیجیے۔

حل: $\frac{3^8}{3^3} = \frac{3\times3\times3\times3\times3\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}}{\cancel{3}\times\cancel{3}\times\cancel{3}} = 3\times3\times3\times3\times3$

$= 3^5$ جو 3^{8-3} کے مساوی ہے $(8-3 = 5)$

$\therefore \frac{3^8}{3^3} = 3^{8-3}$

مثال 13: غور کیجیے $\frac{5^5}{5^8}$

حل: $\frac{5^5}{5^8} = \frac{\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}}{5\times5\times5\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}\times\cancel{5}} = \frac{1}{5\times5\times5}$

$\frac{1}{5^3}$ یہ $\frac{1}{5^{8-3}}$ کے مساوی ہے۔ $(8-5=3)$

اس لیے $\frac{5^5}{5^8} = \frac{1}{5^{8-5}}$

مثال 14: $\frac{a^2}{a^7}$ پر غور کیجیے

حل: $\frac{a^2}{a^7} = \frac{\cancel{a}\times\cancel{a}}{a\times a\times a\times a\times a\times\cancel{a}\times\cancel{a}} = \frac{1}{a\times a\times a\times a\times a}$

$\frac{1}{a^5}$ یہ $\frac{1}{a^{7-2}}$ کے مساوی ہے۔ $(7-2=5)$

اس لیے $\frac{a^2}{a^7} = \frac{1}{a^{7-2}}$

Based on all the above examples we can say that-

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ if } m > n \text{ and } \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ if } m<n$$

> **For any non-zero integer 'a' and integers 'm' and 'n'**
>
> $$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{if } m > n \quad \text{and} \quad \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \quad \text{if } m < n$$

What happens *when* $m = n$? Give your answer.

Example 15 : Consider $\frac{4^3}{4^3}$

Solution : $\frac{4^3}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{1} = 1 \; \ldots\ldots (1)$

Also we know that $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$\therefore \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0 = 1$ from (1)

Similarly, find $\frac{7^4}{7^4}$.

What do you observe from above?

Also consider $\frac{a^4}{a^4} = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a} = 1$

But from $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

We have $\frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 = 1$

For any non zero number 'a' we have $a^0 = 1$.

Observe here m, n (m = n)

Thus if m = n $\quad \boxed{\frac{a^m}{a^n} = 1}$

اوپر دی گئی مثالوں کا مشاہدہ کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں۔

اگر $n > m$ تب $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ اور اگر $n > m$ $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$

کوئی بھی غیر صفری صحیح عدد a اور صحیح اعداد m اور n کے لیے

اگر $n > m$ تب $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ اور اگر $n > m$ تب $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$

اگر $m = n$ تب آپ کیا محسوب کرتے ہیں؟ آپ اپنا جواب بتائیے۔

مثال 15: غور کیجیے $\frac{4^3}{4^3}$

حل: $\frac{4^3}{4^3} = \frac{4\times4\times4}{4\times4\times4} = \frac{1}{1} = 1$ ....(1)

اور ہم جانتے ہیں کہ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

(1) کی مدد $\therefore \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0 = 1$

اسی طرح معلوم کیجیے $\frac{7^4}{7^4} = ?$

اوپری مثال سے آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟

اس پر غور کیجیے $\frac{a^4}{a^4} = \frac{a\times a\times a\times a}{a\times a\times a\times a} = 1$

لیکن ہم جانتے ہیں $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$\frac{a^4}{a^4} = a^{4-4} = a^0 = 1$

کوئی غیر صفری عدد a کے لیے $a^0 = 1$

مشاہدہ کیجیے یہاں پر m، n $(m = n)$

اس طرح اگر $m = n$ $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = 1}$

Do This

1. Simplify and write in the form of a^{m-n} or $\frac{1}{a^{n-m}}$.

   (i) $\frac{13^8}{13^5}$ (ii) $\frac{3^4}{3^{14}}$

2. Fill the appropriate number in the box.

   Ex : $\frac{8^8}{8^3} = 8^{\boxed{8-3}} = 8^{\boxed{5}}$

   (i) $\frac{12^{12}}{12^7} = 12^{\boxed{}} = 12^{\boxed{}}$ (ii) $\frac{a^{18}}{a^{\boxed{}}} = a^{\boxed{}} = a^{\boxed{10}}$

11.3.4(c) Dividing terms with the same exponents

Example 16: Consider $\left(\frac{7}{4}\right)^5$

Solution : $\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}$

$$= \frac{7\times7\times7\times7\times7}{4\times4\times4\times4\times4}$$

$$= \frac{7^5}{4^5} \quad \text{(by the definition of exponent)}$$

Therefore, $\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7^5}{4^5}$

Example 17: Consider $\left(\frac{p}{q}\right)^6$

Solution : $\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)$

$$= \frac{p\times p\times p\times p\times p\times p}{q\times q\times q\times q\times q\times q}$$

یہ کیجیے

1. مختصر کرتے ہوئے a^{m-n} یا $\frac{1}{a^{n-m}}$ شکل میں لکھیے

(i) $\frac{13^8}{13^5}$ (ii) $\frac{3^4}{3^{14}}$

2. موزوں عدد سے خالی خانوں کو پُر کیجیے۔

مثلاً $\frac{8^8}{8^3} = 8^{\boxed{8-3}} = 8^{\boxed{5}}$

(i) $\frac{12^{12}}{12^7} = 12^{\boxed{}} = 12^{\boxed{}}$ (ii) $\frac{a^{18}}{a^{\boxed{}}} = a^{\boxed{}} = a^{\boxed{10}}$

11.3.4 (c) مساوی قوت والے ارکان کی تقسیم:

مثال 16: غور کیجیے۔ $\left(\frac{7}{4}\right)^5$

حل: $\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}\times\frac{7}{4}$

$$= \frac{7\times7\times7\times7\times7}{4\times4\times4\times4\times4}$$

$$= \frac{7^5}{4^5}$$ (قوت نما کی تعریف کی مدد سے)

اس لیے $\left(\frac{7}{4}\right)^5 = \frac{7^5}{4^5}$

مثال 17: $\left(\frac{p}{q}\right)^6$ پر غور کیجیے۔

حل: $\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)\times\left(\frac{p}{q}\right)$

$$= \frac{p\times p\times p\times p\times p\times p}{q\times q\times q\times q\times q\times q}$$

$$= \frac{p^6}{q^6} \qquad \text{(By the definition of exponent)}$$

Therefore, $\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \frac{p^6}{q^6}$

Based on the above observations we can say that.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a \times a \times a \times a \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times a \text{ 'm' times}}{b \times b \times b \times b \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times b \text{ 'm' times}} = \frac{a^m}{b^m}$$

For any non-zero integers a, b and integer '*m*' $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Do This

1. Complete the following

(i) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{\square}$ (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\square} = \frac{3^5}{2^5}$

(iii) $\left(\frac{8}{3}\right)^4 = \frac{\square}{\square}$ (iv) $\left(\frac{x}{y}\right)^{11} = \frac{\square}{y^{11}}$

11.3.5 Terms with negative base

Example 18 : Evaluate $(1)^4, (1)^5, (1)^7, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, (-1)^5$

Solution : $(1)^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(1)^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$

$(-1)^5 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$

$$= \frac{p^6}{q^6}$$ (قوت نما کی تعریف کی رو سے)

اس لیے $$\left(\frac{p}{q}\right)^6 = \frac{p^6}{q^6}$$

اوپر دیئے گئے مثالوں کے مشاہدہ سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a \times a \times a \times a \times .... \times a \text{ 'm' مرتبہ}}{b \times b \times b \times b \times .... \times b \text{ 'm' مرتبہ}} = \frac{a^m}{b^m}$$

کوئی بھی غیر صفری صحیح عدد a، b اور صحیح عدد 'm' کے لیے $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

یہ کیجیے

1. مکمل کیجیے۔

(i) $\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{\square}$ (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\square} = \frac{3^5}{2^5}$

(iii) $\left(\frac{8}{3}\right)^4 = \frac{\square}{\square}$ (iv) $\left(\frac{x}{y}\right)^{11} = \frac{\square}{y^{11}}$

11.3.5 منفی اساس کے ارکان:-

مثال 18:- محسوب کیجیے: $(1)^4, (1)^5, (1)^7, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, (-1)^5$

حل:

$(1)^4 = 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 = 1$

$(1)^5 = 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 = 1$

$(1)^7 = 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 \text{ x } 1 = 1$

$(-1)^2 = (-1) \text{ x } (-1) = 1$

$(-1)^3 = (-1)(-1)(-1) = -1$

$(-1)^4 = (-1)(-1)(-1)(-1) = 1$

$(-1)^5 = (-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1) = -1$

From the above illustrations we observe that:

(i) 1 raised to any power is 1.

(ii) (–1) raised to odd power is (–1) and (–1) raised to even power is (+1).

Thus $(-a)^m = -a^m$ If 'm' is odd

$(-a)^m = a^m$ If 'm' is even

Now, let us look at some more examples.

$(-3)^4 = (-3)\ (-3)\ (-3)\ (-3) = 81$

$(-a)^4 = (-a)\ (-a)\ (-a)\ (-a) = a^4$

$$(-a)^{-3} = \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} = \frac{1}{-a^3} = \frac{-1}{a^3}$$

Example 19 : Express $\frac{-27}{125}$ in exponential form

Solution : $-27 = (-3)\ (-3)\ (-3) = (-3)^3$

$125 = 5 \times 5 \times 5 = (5)^3$

Therefore, $\frac{-27}{125} = \frac{(-3)^3}{(5)^3}$ as $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

Thus, $\frac{-27}{125} = \left(\frac{-3}{5}\right)^3$

Do This

1. Write in expanded form.

(i) $(a)^{-5}$ (ii) $(-a)^4$ (iii) $(-7)^{-5}$ (iv) $(-a)^m$

2. Write in exponential form

(i) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ (ii) $(-b) \times (-b) \times (-b) \times (-b)$

(iii) $\frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)}$ ...... 'm' times

اوپر دی گئی توضیحات سے ہم نے مشاہدہ کیا کہ

(i) 1 کی قوت کوئی بھی عدد لینے پر 1 ہی حاصل ہوتا ہے۔

(ii) (-1) کی قوت طاق عدد لینے پر (-1) حاصل ہوتا ہے اور (-1) کی قوت جفت عدد لینے پر (+1) حاصل ہوتا ہے۔

اس طرح $(-a)^m = -a^m$ اگر m طاق ہو۔

$(-a)^m = a^m$ اگر m جفت عدد ہو۔

آیئے اب ہم مزید چند مثالوں پر غور کریں گے۔

$$(-3)^4 = (-3)\ (-3)\ (-3)\ (-3) = 81$$

$$(-a)^4 = (-a)\ (-a)\ (-a)\ (-a) = a^4$$

$$(-a)^{-3} = \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} \times \frac{1}{(-a)} = \frac{1}{-a^3} = \frac{-1}{a^3}$$

مثال 19: $\frac{-27}{125}$ کو قوت نما کی شکل میں ظاہر کیجیے؟

حل: $-27 = (-3)\ (-3)\ (-3) = (-3)^3$

$$125 = 5 \times 5 \times 5 = (5)^3$$

اس لیے $\frac{-27}{125} = \frac{(-3)^3}{(5)^3}$ کیونکہ $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ اس لیے

تب $\frac{-27}{125} = \left(\frac{-3}{5}\right)^3$

یہ کیجیے

1. مندرجہ ذیل کو پھیلایئے۔

(i) $(a)^{-5}$ (ii) $(-a)^4$ (iii) $(-7)^{-5}$ (iv) $(-a)^m$

2. قوت نما میں ظاہر کیجیے۔

(i) $(-3) \times (-3) \times (-3)$ (ii) $(-b) \times (-b) \times (-b) \times (-b)$

(iii) m مرتبہ $\frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \times \frac{1}{(-2)} \cdots\cdots$

Exercise 2

1. Simplify the following using laws of exponents.

(i) $2^{10} \times 2^4$ (ii) $(3^2) \times (3^2)^4$ (iii) $\dfrac{5^7}{5^2}$

(iv) $9^2 \times 9^{18} \times 9^{10}$ (v) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4 \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^3 \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^8$ (vi) $(-3)^3 \times (-3)^{10} \times (-3)^7$

(vii) $(3^2)^2$ (viii) $2^4 \times 3^4$ (ix) $2^{4a} \times 2^{5a}$

(x) $(10^2)^3$ (xi) $\left[\left(\dfrac{-5}{6}\right)^2\right]^5$ (xii) $2^{3a+7} \times 2^{7a+3}$

(xiii) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^5$ (xiv) $(-3)^3 \times (-5)^3$ (xv) $\dfrac{(-4)^6}{(-4)^3}$

(xvi) $\dfrac{9^7}{9^{15}}$ (xvii) $\dfrac{(-6)^5}{(-6)^9}$ (xviii) $(-7)^7 \times (-7)^8$

(xix) $(-6^4)^4$ (xx) $a^x \times a^y \times a^z$

2. By what number should 3^{-4} be multiplied so that the product is 729?

3. If $5^6 \times 5^{2x} = 5^{10}$, then find x.

4. Evaluate $2^0 + 3^0$

5. Simplify $\left(\dfrac{x^a}{x^b}\right)^a \times \left(\dfrac{x^b}{x^a}\right)^a \times \left(\dfrac{x^a}{x^a}\right)^b$

6. State true or false and justify your answer.

(i) $100 \times 10^{11} = 10^{13}$ (ii) $3^2 \times 4^3 = 12^5$ (iii)) $5^0 = (100000)^0$

(iv) $4^3 = 8^2$ (v) $2^3 > 3^2$ (vi) $(-2)^4 > (-3)^4$

(vii) $(-2)^5 > (-3)^5$

Project Work

Collect the annual income particulars of any ten families in your locality and round it to the nearest thousands / lakhs and express the income of each family in the exponential form.

مشق - 2

1. قوت نما کے قوانین کی مدد سے مندرجہ ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i) $2^{10} \times 2^4$ (ii) $(3^2) \times (3^2)^4$ (iii) $\dfrac{5^7}{5^2}$

(iv) $9^2 \times 9^{18} \times 9^{10}$ (v) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4 \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^3 \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^8$ (vi) $(-3)^3 \times (-3)^{10} \times (-3)^7$

(vii) $(3^2)^2$ (viii) $2^4 \times 3^4$ (ix) $2^{4a} \times 2^{5a}$

(x) $(10^2)^3$ (xi) $\left[\left(\dfrac{-5}{6}\right)^2\right]^5$ (xii) $2^{3a+7} \times 2^{7a+3}$

(xiii) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^5$ (xiv) $(-3)^3 \times (-5)^3$ (xv) $\dfrac{(-4)^6}{(-4)^3}$

(xvi) $\dfrac{9^7}{9^{15}}$ (xvii) $\dfrac{(-6)^5}{(-6)^9}$ (xviii) $(-7)^7 \times (-7)^8$

(xix) $(-6^4)^4$ (xx) $a^x \times a^y \times a^z$

2. 3^{-4} کو کس عدد سے ضرب دیا جائے کہ حاصل ضرب 729 ہو؟

3. اگر $5^6 \times 5^{2x} = 5^{10}$ تب x کی قدر معلوم کیجیے؟

4. محسوب کیجیے۔ $2^0 + 3^0$

5. مختصر کیجیے۔ $\left(\dfrac{x^a}{x^b}\right)^a \times \left(\dfrac{x^b}{x^a}\right)^a \times \left(\dfrac{x^a}{x^a}\right)^b$

6. صحیح ہے یا غلط بتایئے اور مسئلہ حل کرتے ہوئے اپنے جواب کی تصدیق کیجیے۔

(i) $100 \times 10^{11} = 10^{13}$ (ii) $3^2 \times 4^3 = 12^5$ (iii) $5^0 = (100000)^0$

(iv) $4^3 = 8^2$ (v) $2^3 > 3^2$ (vi) $(-2)^4 > (-3)^4$ (vii) $(-2)^5 > (-3)^5$

کلاس روم پراجکٹ:۔

اپنے محلے کے کوئی دس خاندانوں کی سالانہ آمدنی کے بارے میں معلومات حاصل کیجیے۔ان کو قریب ترین ہزار/لاکھ میں ظاہر کرتے ہوئے ان کو قوت نما میں ظاہر کیجیے۔

11.3.6 Expressing large numbers in standard form

The mass of the Earth is about 5976 x 10^{21} kg.

The width of the Milky Way Galaxy from one edge to the other edge is about 946×10^5 km.

These numbers are still not very easy to comprehend. Thus, they are often expressed in standard form. In standard form:

Mass of the Earth is about 5.976×10^{24} kg

Similarly, the standard form of 946×10^{15} is 9.46×1017.

Thus, in standard form (Scientific notation) a number is expressed as the product of largest integer exponent of 10 and a decimal number between 1 and 10.

Exercise 3

Express the number appearing in the following statements in standard form.

(i) The distance between the Earth and the Moon is approximately 384,000,000m.

(ii) The universe is estimated to be about 12,000,000,000 years old.

(iii) The distance of the sun from the center of the Milky Way Galaxy is estimated to be 300,000,000,000,000,000,000 m.

(iv) The earth has approximately 1,353,000,000 cubic km of sea water.

A9J7W8

Looking Back

- Very large numbers are easier to read, write and understand when expressed in exponential form.
- 10,000 = 10^4 (10 raised to the power of 4); 243 = 3^5 (3 raised to the power of 5); 64 = 2^6 (2 raised to the power of 6). In these examples 10, 3, 2 are the respective bases and 4, 5, 6 are the respective exponents.
- Laws of Exponents: For any non-zero integers 'a' and 'b' and integers 'm' and 'n'

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ (v) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ if $m > n$

(vi) $\dfrac{a^m}{b^n} = \dfrac{1}{a^{n-m}}$ if $m < n$ (vii) $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$ (viii) $a^0 = 1$ (where $a \neq 0$)

11.3.6 بہت بڑے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کرنا:۔

زمین کی کمیت تقریباً 5976×10^{21} کلوگرام ہے۔

دودھیا کہکشاں کے ایک کنارے سے دوسرے کنارے کی چوڑائی 946×10^{15} کلومیٹر ہے۔ اِن اعداد کو ذہن نشین کرنا اتنا آسان نہیں۔ اِس لیے اِن کو معیاری شکل میں لکھنا ضروری ہے۔

معیاری شکل میں اعداد اس طرح لکھے جاسکتے ہیں۔

زمین کی کمیت تقریباً 5.976×10^{24} کلوگرام ہے

دودھیا کہکشاں کے ایک کنارے سے دوسرے کنارے کے درمیان چوڑائی 9.46×10^{17} کلومیٹر ہے

اس طرح معیاری شکل میں (سائنٹفک طریقہ سے) دیئے گے عدد کو 10 کی صحیح عددی قوت اور 1 تا 10 کے درمیان واقع ہونے والے اعشاری عدد کے حاصل ضرب کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں۔

مشق - 3

1. مندرجہ ذیل عبارتوں میں دیئے گے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) زمین اور چاند کے درمیان فاصلہ تقریباً 384,000,000 میٹر ہے۔

(ii) اندازہ لگایا جاتا ہے کہ کائنات کی ارتقائی عمر 12,000,000,000 سال ہے۔

(iii) دودھیا کہکشاں کے مرکز سے سورج کا درمیانی فاصلہ کی تخمینی قدر تقریباً 300,000,000,000,000,000,000, میٹر ہے۔

(iv) زمین پر سمندری پانی کی مقدار تقریباً 1,353,000,000 مکعب کلومیٹر ہے۔

ہم نے کیا سیکھا:

☆ بڑے اعداد کو قوت نما میں ظاہر کیا جائے تو انھیں بہ آسانی لکھ سکتے ہیں اور پڑھ سکتے ہیں۔

☆ $10,000 = 10^4$ (10 کی قوت 4 لینے پر) $243 = 3^5$ (3 کی قوت 5 لینے پر) $64 = 2^6$ (2 کی قوت 6 لینے پر) مندرجہ بالا مثالوں میں 10، 3 اور 2 اساس ہیں اور 4، 5 اور 6 ترتیب وار ان کی قوت

☆ قوت نما کے قوانین:

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (v) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ اگر m > n

(vi) $\frac{a^m}{b^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ اگر n > m (vii) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ (viii) $a^0 = 1$ (جہاں a = 0)

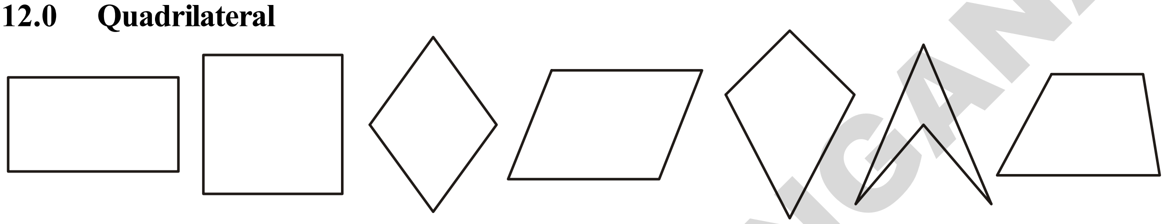
QUADRILATERALS

12

L1T6G3

In Class VI, we have been introduced to quadrilaterals. In this unit you will learn about the different types of quadrilaterals and their properties.

12.0 Quadrilateral



What is common property among all these pictures?

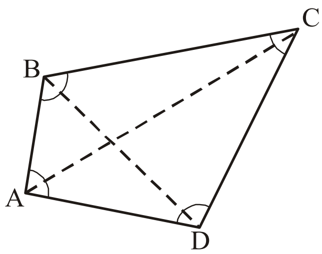
(Hints: Number of sides, angles, vertices. Is it an open or closed figure?)

Thus, a quadrilateral is a closed figure with four sides, four angles and four vertices.

Quadrilateral ABCD has

(i) Four sides, namely $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ and $\overline{DA}$

(ii) Four vertices, namely A, B, C and D.



(iii) Four angles, namely $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ and $\angle DAB$.

(iv) The line segments joining the opposite vertices of a quadrilateral are called the diagonals of the quadrilateral. $\overline{AC}$ and $\overline{BD}$ are the diagonals of quadrilateral ABCD.

(v) The two sides of a quadrilateral which have a common vertex are called the 'adjacent sides' of the quadrilateral. In quadrilateral ABCD, $\overline{AB}$ is adjacent to $\overline{BC}$ and B is their common vertex.

(vi) The two angles of a quadrilateral having a common side are called the pair of 'adjacent angles' of the quadrilateral. Thus, $\angle ABC$ and $\angle BCD$ are a pair of adjacent angles and $\overline{BC}$ is one of the common side.

Do This

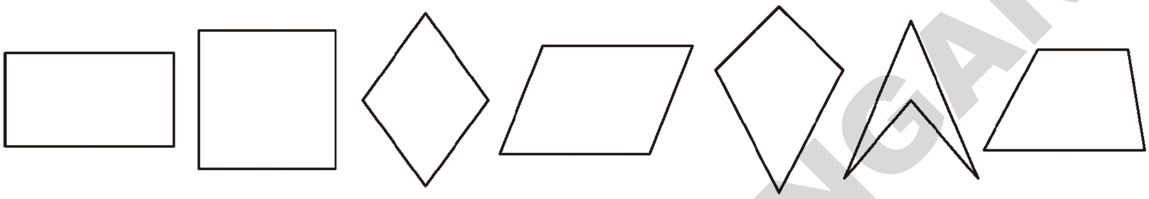
(i) In a quadrilateral ABCD, find the other adjacent sides and common vertices.

(ii) In a quadrilateral ABCD, find the other pairs of adjacent angles and sides.

12 QUADRILATERALS چار ضلعی

جماعت ششم میں ہم نے چار ضلعی کو متعارف کیا تھا۔اس باب میں آپ مختلف چار ضلعوں کے اقسام اور اُن کی خصوصیات سے متعلق تفصیل سے سیکھیں گے۔

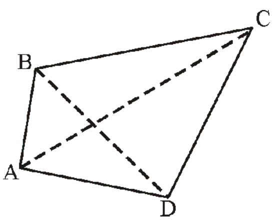
12.0 چار ضلعی



مذکورہ بالا اشکال میں کیا چیز مشترک ہے؟

(اشارے: ضلعوں کی تعداد، زاویے، راس یہ شکل کھلی ہے یا بند؟)

لہٰذا چار ضلعی ایک سادہ بند شکل ہے جو چار خطی قطعے، چار زاویے اور چار راس سے بنتی ہے جس میں



i) چار خطی قطعے (ضلع) ہوتے ہیں جیسے $\overline{AB}$، $\overline{BC}$، $\overline{CD}$ اور $\overline{DA}$

ii) چار راس ہوتے ہیں جیسے A، B، C اور D

iii) چار زاویے ہوتے ہیں جیسے $\angle ABC$، $\angle BCD$، $\angle CDA$ اور $\angle DAC$

iv) مقابل کے کوئی دو راسوں کو ملانے والے خطی قطعوں کو وتر (Diagonal) کہتے ہیں۔اس طرح چار ضلعی ABCD میں $\overline{AC}$، اور $\overline{BD}$ وتر ہیں۔

v) مشترک ضلع سے بننے والے چار ضلعی کے دو اضلاع ''متصلہ ضلعے'' کہلاتے ہیں۔ ABCD چار ضلعی میں $\overline{AB}$ متصلہ ضلع ہے $\overline{BC}$ کا اور 'B' دونوں کا مشترک راس ہے

vi) مشترک ضلع سے بننے والے چار ضلعی کے زاویے ''متصلہ زاویے کی جوڑی کہلاتے ہیں۔ لہٰذا $\angle ABC$ اور $\angle BCD$ متصلہ زاویوں کی جوڑی ہے اور ''$\overline{BC}$ مشترک ضلع'' ہے۔

یہ کیجیے

(i) چار ضلعی ABCD میں مشترک راس اور مشترک راس سے بننے والے دوسرے متصلہ ضلعوں کو معلوم کیجیے۔

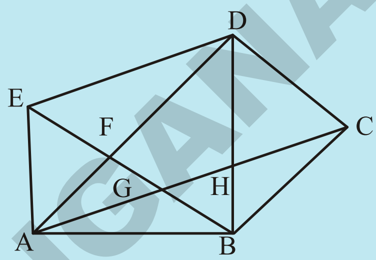
(ii) چار ضلعی ABCD میں دوسرے متصلہ زاویوں کی جوڑیوں کو معلوم کیجیے۔

(vii) The two sides of a quadrilateral, which do not have a common vertex, are called a pair of 'opposite sides' of the quadrilateral. Thus $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ and $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ are the two pairs of 'opposite sides' of the quadrilateral.

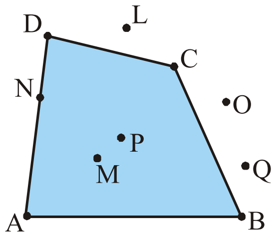
(viii) The two angles of a quadrilateral which do not have a common side are known as a pair of 'opposite angles' of the quadrilateral. Thus $\angle DAB$, $\angle BCD$ and $\angle CDA$, $\angle ABC$ are the two pairs of opposite angles of the quadrilateral.

Try This

How many different quadrilaterals can be obtained from the adjacent figure? Name them.



12.1 Interior-Exterior points of a quadrilateral



In quadrilateral ABCD which points lie inside the quadrilateral?

Which points lie outside the quadrilateral?

Which points lie on the quadrilateral?

Points P and M lie in the interior of the quadrilateral. Points L, O and Q lie in the exterior of the quadrilateral. Points N, A, B, C and D lie on the quadrilateral.

Mark as many points as you can in the interior of the quadrilateral.

Mark as many points as you can in the exterior of the quadrilateral.

How many points, do you think will be there in the interior of the quadrilateral?

12.2 Convex and Concave quadrilateral

Mark any two points L and M in the interior of quadrilateral ABCD and join them with a line segment.

Does the line segment or a part of it joining these points lie in the exterior of the quadrilateral? Can you find any two points in the interior of the quadrilateral ABCD for which the line segment joining them falls in the exterior of the quadrilateral?

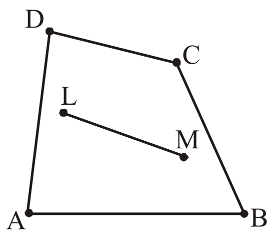


Figure1

You will see that this is not possible.

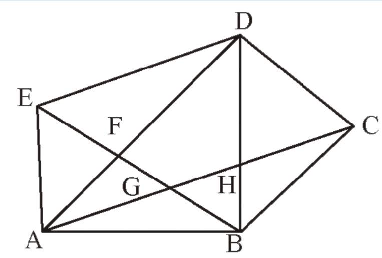
Now let us do similar work in quadrilateral PQRS.

vii) غیر مشترک راس سے بننے والے چار ضلعی کے دو ضلعوں کو ''مقابل کے ضلع'' کہتے ہیں۔ لہٰذا چار ضلعی ABCD میں $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ اور $\overline{AD}$ ، $\overline{BC}$ دو جوڑی مقابل کے ضلع ہیں۔ $\angle DAB$ ، $\angle BCD$ اور $\angle CDA$ ، $\angle ABC$ کے چار ضلعی کے مقابل کے زاویوں کے دو جوڑ ہیں۔

viii) غیر مشترک ضلع سے بننے والے چار ضلعی کے دو زاویئے ''مقابل کے زاویوں کی جوڑی'' کہلاتے ہیں۔ لہٰذا

کوشش کیجیے:

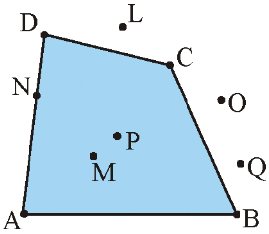
متصلہ شکل کی مدد سے کتنے چار ضلعی حاصل ہوتے ہیں؟ انھیں نام دیجیے۔



12.1 چار ضلعی کا اندرون۔ بیرون حصّہ

چار ضلعی ABCD میں کون سے نقاط چار ضلعی کے اندر واقع ہیں؟

کون سے نقاط چار ضلعی کے باہر واقع ہیں؟ اور کون سے نقاط چار ضلعی پر واقع ہیں؟



نقاط P اور M چار ضلعی کے اندرون واقع ہیں۔ نقاط L، O اور Q چار ضلعی کے بیرون واقع ہیں جبکہ نقاط N، A، B، C اور D چار ضلعی پر واقع ہیں۔

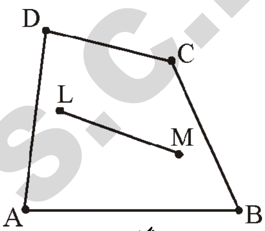
چار ضلعی کے اندرون آپ کی مرضی کے مطابق جتنے چاہے نقاط کی نشان دہی کیجیے۔

چار ضلعی کے بیرون آپ کی مرضی کے مطابق جتنے چاہے نقاط کی نشان دہی کیجیے۔

چار ضلعی کے اندرون کتنے نقاط پائے جاتے ہیں آپ سوچ کر بتائیے؟

12.2 محدب چار ضلعی اور مقعر چار ضلعی (Convex and Caoncave Quadrilateral)

چار ضلعی ABCD کے اندر دو نقاط L اور M کی نشاندھی کیجیے اور ان دو نقاط کو جوڑتے ہوئے خطی قطعہ بنائیے۔



شکل-1

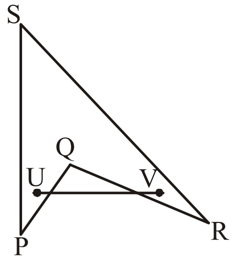
دو نقاط کو جوڑنے کے بعد کیا خطی قطعہ یا اس کا کوئی حصے چار ضلعی کے بیرون واقع ہوتا ہے؟ چار ضلعی ABCD میں کیا آپ ایسے کوئی دو نقاط کی نشاندہی کر سکتے ہیں جن کو جوڑنے کے بعد حاصل خطی قطعہ چار ضلعی کے بیرون واقع ہوجائے؟

آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ یہ ناممکن ہے

اب ہم چار ضلعی PQRS میں یہی عمل دہرائیں گے۔

Mark any two points U and V in the interior of quadrilateral PQRS and join them. Does the line segment joining these two points fall in the exterior of the quadrilateral? Can you make more line segments like these in quadrilateral PQRS.

Can you also make line segments, joining two points, which lie in the interior of the quadrilateral PQRS. You will find that this is possible too.



Quadrilateral ABCD is said to be a convex quadrilateral if all line segments joining points in the interior of the quadrilateral also lie in interior of the quadrilateral.

Quadrilateral PQRS is said to be a concave quadrilateral if all line segment joining points in the interior of the quadrilateral do not necessarily lie in the interior of the quadrilateral.

Try This

1.

(i) Is quadrilateral EFGH a convex quadrilateral?

(ii) Is quadrilateral TUVW a concave quadrilateral?

(iii) Draw both the diagonals for quadrilateral EFGH. Do they intersect each other?

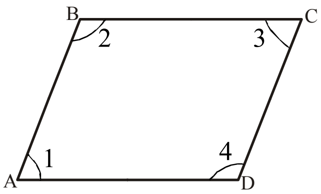
(iv) Draw both the diagonals for quadrilateral TUVW. Do they intersect each other?

You will find that the digonals of a convex quadrilateral intersect each other in the interior of the quadrilateral and the diagonals of a concave quadrialteral intersect each other in the exterior of the quadrilateral.

12.3 Angle-sum property of a quadrilateral

Activity 1

Take a piece of cardboard. Draw a quadrilateral ABCD on it. Make a cut of it. Then cut quadrilateral into four pieces (Figure 1) and arrange them as shown in the Figure 2, so that all angles ∠1, ∠2, ∠3, ∠4 meet at a point.



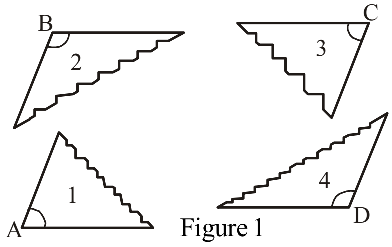


Figure 1

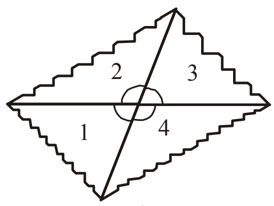
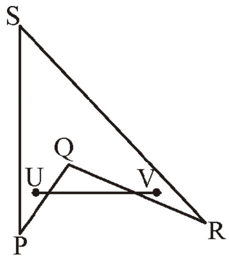


Figure 2



چار ضلعی PQRS کے اندرون دو نقاط U اور V کی نشان کیجیے اور ان دو نقاط کو خطی قطعہ سے جوڑ یئے۔ خطی قطعہ کو جوڑنے کے بعد کیا وہ چار ضلعی کے بیرون واقع ہوتا ہے؟ کیا آپ چار ضلعی PQRS میں اسی طرح کے مزید خطی قطعوں کو بنا سکتے ہیں؟

کیا آپ ایسے خطی قطعے بنا سکتے ہیں جو چار ضلعی کے اندر واقع ہوتے ہوں بے شک یقینی طور پر ممکن ہے

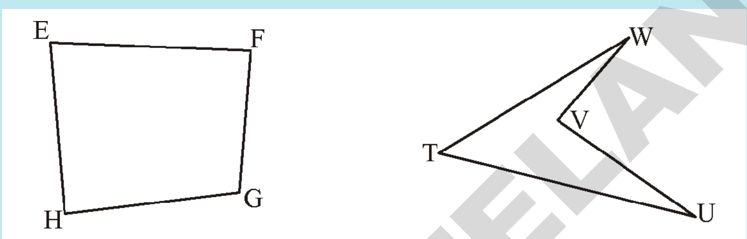
چار ضلعی کے اندر موجود نقاط سے جو خطی قطعے تشکیل دیے جاتے ہیں۔ اگر وہ تمام خطی قطعے چار ضلعی کے اندر ہی پائے جاتے ہیں تو ایسی چار ضلعی کو محدب چار ضلعی (Convex Quadrilateral) کہتے ہیں۔

یعنی چار ضلعی ABCD محدب چار ضلعی

چار ضلعی کے اندر موجود نقاط سے جو خطی قطعے تشکیل دیے جاتے ہیں۔ ضروری نہیں کہ تمام خطی قطعے چار ضلعی کے اندر ہی پائے جائیں تب ایسی چار ضلعی کو مقعر چار ضلعی (Concave Quadrilateral) کہتے ہیں۔

کوشش کیجیے:

.1



i) کیا EFGH ایک محدب چار ضلعی ہے؟ ii) کیا TUVW ایک مقعر چار ضلعی ہے؟

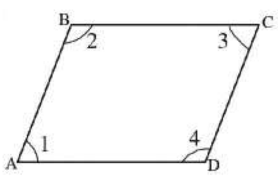
iii) چار ضلعی EFGH میں دو وتر بنائیے؟ کیا یہ ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں؟

iv) چار ضلعی TUVW میں دو وتر بنائیے؟ کیا یہ ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں؟

اب آپ مشاہدہ کرتے ہیں کہ محدب چار ضلعی ABCD میں دونوں وتر ایک دوسرے کو چار ضلعی کے اندرون قطع کرتے ہیں جبکہ مقعر چار ضلعی میں دونوں وتر ایک دوسرے سے بیرونی طور پر قطع کرتے ہیں۔

12.3 چار ضلعی کے زاویوں کا مجموعہ

مشغلہ 1۔ مقوّے کا ایک ٹکڑا لیجیے۔ اس پر چار ضلعی ABCD کھینچیے اور شکل (1) کے مطابق اس چار ضلعی کو چار حصوں میں کاٹیے اور انھیں شکل (2) کی طرح ترتیب دیجیے۔ اس طرح کہ تمام زاویے $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ایک نقطہ پر ملتے ہوں۔



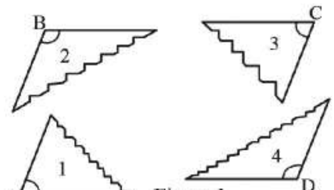


Figure 1

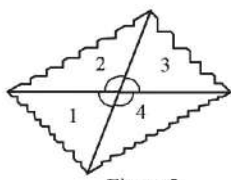


Figure 2

Is the sum of the angles $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ and $\angle 4$ equal to 360°? (sum of angles at a point)

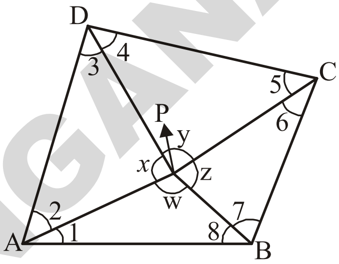
The sum of the four angles of a quadrilateral is 360°.

[**Note:** We can also denote the angles $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, etc. by as their respective measures i.e. $m\angle 1$, $m\angle 2$, $m\angle 3$, etc.]

You may arrive at this result in several other ways also.

1. Let P be any point in the interior of quadrilateral ABCD. Join P to vertices A, B, C and D.

   In the figure, consider ΔPAD.



   $m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ - x$ .... (1)

   Similarly, in ΔPDC, $m\angle 4 + m\angle 5 = 180^\circ - y$ .... (2)

   in ΔPCB, $m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ - z$ and .... (3)

   in ΔPBA, $m\angle 8 + m\angle 1 = 180^\circ - w$. .... (4)

   (angle-sum property of a triangle)

   Adding (1), (2), (3) and (4) we get

   $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 + m\angle 7 + m\angle 8$

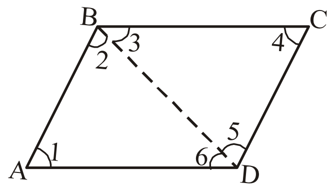
   $= 180^\circ - x + 180^\circ - y + 180^\circ - z + 180^\circ - w$

   $= 720^\circ - (x + y + z + w)$

   ($x + y + z + w = 360^\circ$; sum of angles at a point)

   $= 720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$

   Thus, the sum of the angles of the quadrilateral is 360°.

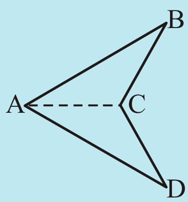


2. Take any quadrilateral, say ABCD. Divide it into two triangles, by drawing a diagonal. You get six angles 1, 2, 3, 4, 5 and 6.

   Using the angle-sum property of a triangle and you can easily find how the sum of the measures of $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ and $\angle D$ amounts to 360°.

Try This

What would happen if the quadrilateral is not convex? Consider quadrilateral ABCD. Split it into two triangles and find the sum of the interior angles. What is the sum of interior angles of a concave quadrilateral?



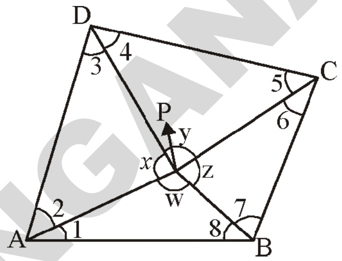
کیا تمام زاویوں $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ کا مجموعہ 360^o کے مساوی ہوتا ہے؟ (مشترک نقطہ پر تمام زاویوں کا مجموعہ)

چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ 360^o ہوتا ہے

نوٹ: ہم زاویوں $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ وغیرہ کی پیمائش کو $m\angle 1, m\angle 2, m\angle 3$ وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں۔]

اس نتیجہ کو مختلف طریقوں سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

1۔ فرض کرو کہ P ایک نقطہ ہے جو چار ضلعی ABCD کے اندر واقع ہے۔ نقطہ P کی مدد سے A، B، C اور D راسوں کو جوڑیئے۔ شکل میں ΔPAD کا مشاہدہ کیجیے۔



$m\angle 2 + m\angle 3 = 180° - x$ .... (1)

ٹھیک اسی طرح ΔPDC میں، $m\angle 4 + m\angle 5 = 180° - y$ .... (2)

ΔPCB میں، $m\angle 6 + m\angle 7 = 180° - z$ اور .... (3)

ΔPBA میں، $m\angle 8 + m\angle 1 = 180° - w$ .... (4)

(مثلث کے تمام زایوں کا مجموعہ)

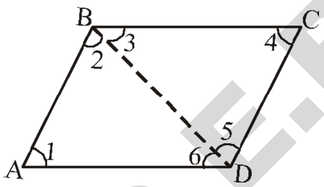
مساوات (1)، (2)، (3)، اور (4) کو جمع کرنے پر ہم کو حاصل ہوتا ہے۔

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 + m\angle 7 + m\angle 8$$
$$= 180° - x + 180° - y + 180° - z + 180° - w$$
$$= 720° - (x + y + z + w)$$

$(x + y + z + w = 360°$; (مشترکہ نقطوں پر زاویوں کا مجموعہ)

$$=720° - 360° = 360°$$

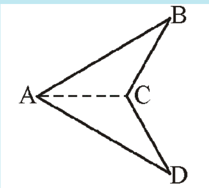
لہٰذا چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ $360°$ ہوتا ہے۔



2۔ کوئی بھی ایک چار ضلعی لیجیے۔ مان لیجیے کہ ABCD چار ضلعی ہے۔ وتر کے ذریعہ اس کو دو مثلثات میں تقسیم کیجیے۔ اب آپ کو چھ زاویئے 1، 2، 3، 4، 5 اور 6 حاصل ہوں گے

''مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ'' اصول کو استعمال کرتے ہوئے آپ بہ آسانی یہ معلوم کرسکتے ہیں کہ کس طرح $\angle A$، $\angle B$، $\angle C$، اور $\angle D$ کا مجموعہ $360°$ ہوتا ہے۔

کوشش کیجیے



کیا ہوگا جب ایک چار ضلعی محدب نہ ہو؟ مان لیجیے کہ ABCD ایک چار ضلعی ہے۔ اس چار ضلعی کو دو مثلثات میں تقسیم کیجیے۔ اندرونی زاویوں کا مجموعہ معلوم کیجیے؟ بتایئے کہ محدب چار ضلعی کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ کیا ہوگا؟

Example 1 : The three angles of a quadrilateral are 55°, 65° and 105°. Find the fourth angle?

Solution : The sum of the four angles of a quadrilateral = 360°.

The sum of the given three angles $= 55° + 65° + 105° = 225°$

Therefore, the fourth angle $= 360° – 225° = 135°$

Example 2 : In a quadrilateral, two angles are 80° and 120°. The remaining two angles are equal. What is the measure of each of these angles?

Solution : The sum of the four angles of the quadrilateral = 360°.

Sum of the given two angles $= 80° + 120° = 200°$

Therefore, the sum of the remaining two angles $= 360° – 200° = 160°$

Both these angles are equal.

Therefore, each angle $= 160° \div 2 = 80°$

Example 3 : The angles of a quadrilateral are $x°$, $(x – 10)°$, $(x + 30)°$ and $2x°$. Find the angles.

Solution: The sum of the four angles of a quadrilateral $= 360°$

Therefore, $x + (x – 10) + (x + 30) + 2x = 360$

$5x + 20 = 360$

$\therefore \quad x = 68°$

Thus, the four angles are $= 68°$; $(68–10)°$; $(68+30)°$; $(2×68)°$

$= 68°, 58°, 98°$ and $136°$.

Example 4 : The angles of a quadrilateral are in the ratio 3 : 4 : 5 : 6. Find the angles.

Solution : The sum of four angles of a quadrilateral = 360°

The ratio of the angles is 3 : 4 : 5 : 6

Thus, the angles are $3x$, $4x$, $5x$ and $6x$.

$$3x + 4x + 5x + 6x = 360°$$

$$18x = 360°$$

$$x = \frac{360}{18} = 20^{\circ}$$

Thus, the angles are $= 3 \times 20°; 4 \times 20°; 5 \times 20°; 6 \times 20°$

$= 60°, 80°, 100°$ and $120°$

مثال:1 چار ضلعی کے تین زاویے 55°، 65° اور 105° ہیں تب چوتھا زاویہ معلوم کیجیے؟

حل: چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ 360° ہوتا ہے۔

دیئے گئے تین زاویوں کا مجموعہ = $55°+65°+105° = 225°$

تب چوتھا زاویہ = $360° - 225° = 135°$

مثال:2 ایک چار ضلعی میں دو زاویے 80° اور 120° ہیں باقی دو زاویے مساوی ہوں تب ہر ایک زاویے کی پیمائش معلوم کیجیے؟

حل: چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ 360° ہوتا ہے

دیئے گئے دو زاویوں کا مجموعہ = $80°+120° = 200°$

تب باقی دو زاویوں کا مجموعہ = $360° - 200° = 160°$

دیا گیا ہے کہ دونوں زاویے مساوی ہیں۔

لہٰذا ہر زاویے کی پیمائش $\frac{160°}{2} = 80°$

مثال:3 ایک چار ضلعی کے زاویے $x°$، $(x-10°)$ ، $(x+30°)$ اور $2x°$ ہیں تب زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے؟

حل: چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ = 360°

اس لئے $x°+(x-10°)+(x+30°)+2x° = 360°$

$$5x + 20 = 360°$$

$$x = 68°$$

لہٰذا چار زاویے = $68°, (68 - 10°), (68 + 30°), (2 \times 68°)$

$= 68°, 58°, 98°, 136°$

مثال: 4 ایک چار ضلعی کے زاویوں میں 3:4:5:6 کی نسبت ہے زاویوں کی پیمائش معلوم کیجیے؟

حل: چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ 360° ہوتا ہے۔

زاویوں میں نسبت = 3:4:5:6

لہٰذا: زاویے $3x$، $4x$، $5x$ اور $6x$ ہیں۔

$$3x+4x+5x+6x = 360$$

$$18x = 360$$

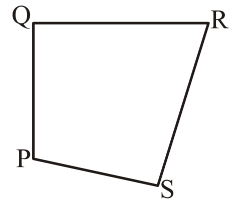
$$x = \frac{360}{18} = 20$$

اس لیے زاویے = $3 \times 20 ; 4 \times 20 ; 5 \times 20 ; 6 \times 20$

$= 60° ; 80° ; 100° ; 120°$

Exercise - 1

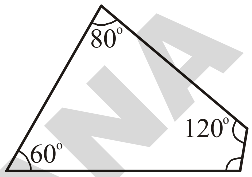
1. In quadrilateral PQRS



   (i) Name the sides, angles, vertices and diagonals.

   (ii) Also name all the pairs of adjacent sides, adjacent angles, opposite sides and opposite angles.

2. The three angles of a quadrilateral are 60°, 80° and 120°. Find the fourth angle?



3. The angles of a quadrilateral are in the ratio 2 : 3 : 4 : 6. Find the measure of each of the four angles.

4. The four angles of a quadrilateral are equal. Find each of them. Draw this quadrilateral in your notebook.

5. In a quadrilateral, the angles are $x°$, $(x + 10)°$, $(x + 20)°$, $(x + 30)°$. Find the angles.

6. The angles of a quadrilateral cannot be in the ratio 1 : 2 : 3 : 6. Why? Give reasons.

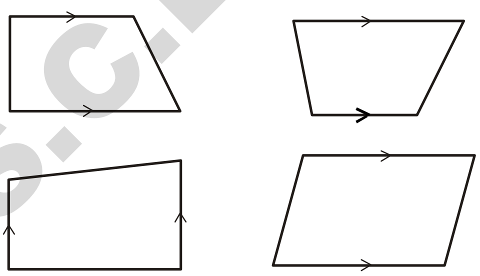
   (Hint: Try to draw a rough diagram of this quadrilateral)

12.4 Types of quadrilaterals

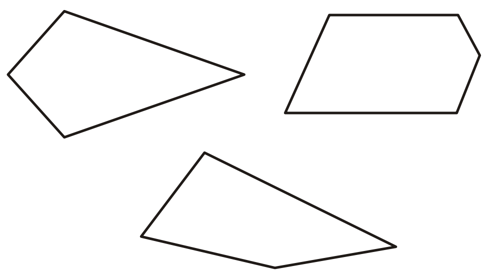
Based on the nature of the sides and angles, quadrilaterals have different names.

12.4.1 Trapezium

Trapezium is a quadrilateral with one pair of parallel sides.



These are trapeziums

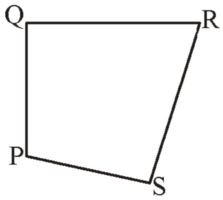


These are not trapeziums

(Note: The arrow marks indicate parallel lines).

Why the second set of figures are not trapeziums?

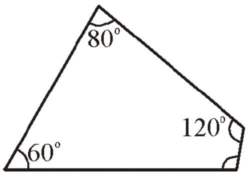
مشق - 1



1۔ چارضلعی PQRS میں

i) ضلع ؛زاویے،راس اوروتر کے نام لکھئے؟

ii) متصلہ ضلع،متصلہ زاویے،مقابل کے ضلع اورمقابل کے زاویوں کے نام لکھئے؟



2۔ چارضلعی کے تین زاویوں کی پیمائش °60، °80اور °120 ہیں چوتھازاویہ معلوم کیجیے؟

3۔ چارضلعی کے زاویوں میں 2:3:4:6 کی نسبت ہے ہرزاویہ کی پیمائش معلوم کیجیے؟

4۔ چارضلعی کے تمام زاویے مساوی ہیں۔اس چارضلعی کواپنی نوٹ بک میں کھینچئے۔ ہرزاویہ کی پیمائش معلوم کیجیے؟

5۔ ایک چارضلعی کے زاویے $x°$، $(x+10)°$، $(x+20)°$ اور $(x + 30)°$ ہیں تب زاویے معلوم کیجیے؟

6۔ چارضلعی کے زاویوں میں نسبت 1:2:3:6 نہیں ہوسکتی کیوں؟ وجہ بتلایئے؟

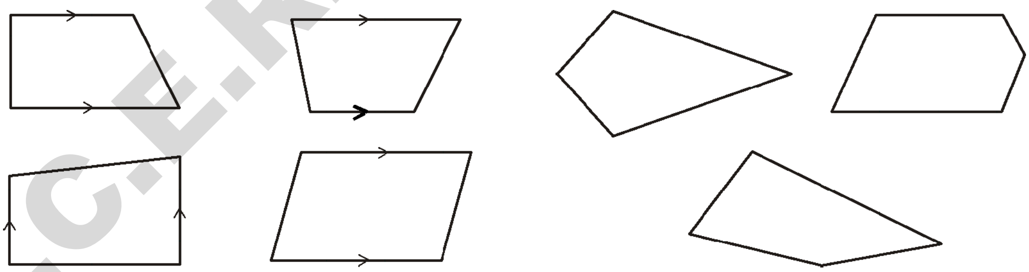
(اشارہ: اس چارضلعی کا کچا خاکہ کھینچ کر دیکھئے)

12.4 چارضلعی کے اقسام

اضلاع اورزاویوں کی اساس پر چارضلعی کے مختلف اقسام ہوتے ہیں۔

12.4.1 منحرف (Trapezium)

اگر چارضلعی کا ایک جوڑ ضلع متوازی ہوتب وہ منحرف کہلائے گا۔



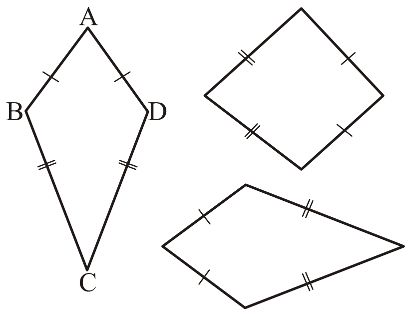
یہ تمام منحرف ہیں — یہ منحرف نہیں ہیں

(نوٹ: تیر کے نشان کے ذریعہ ظاہر کئے گئے خطوط متوازی ہیں)

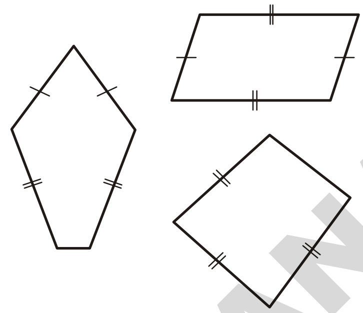
کیوں دوسرا سٹ منحرف نہیں ہے؟

12.4.2 Kite

A Kite is a special type of quadrilateral. The sides with the same markings in each figure are equal in length. For example AB = AD and BC = CD.



These are kites



These are not kites

Why the second set of figures are not kites?

Observe that:

(i) **A kite has 4 sides (It is a convex quadrilateral).**

(ii) **There are exactly two distinct, consecutive pairs of sides of equal length.**

Activity 2

Take a thick sheet of paper. Fold the paper at the centre. Draw two line segments of different lengths as shown in Figure 1. Cut along the line segments and open up the piece of paper as shown in Figure 2. You have the shape of a kite.

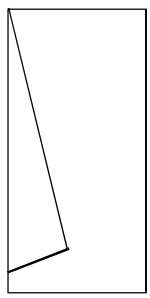


Figure1

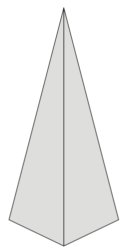


Figure2

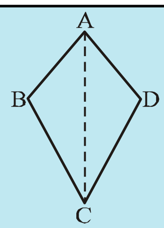
Does the kite have line symmetry?

Fold both the diagonals of the kite. Use the set-square to check if they cut at right angles.

Are the diagonals of the kite equal in length? Verify (by paper-folding or measurement) if the diagonals bisect each other.

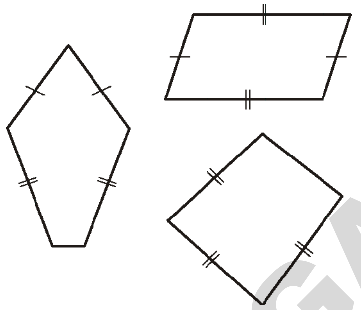
Try This

Prove that in a kite ABCD, ΔABC and ΔADC are congruent.

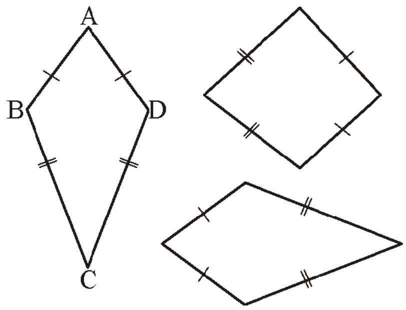


12.4.2. پتنگ (Kite)

پتنگ چار ضلعی کی ایک مخصوص قسم ہے۔ ہر شکل میں ایک ہی نشان (Mark) سے ظاہر کئے گئے ضلعوں کے طول مساوی ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر AB=AD اور BC=CD



یہ تمام پتنگ نما نہیں ہیں



یہ تمام پتنگ نما ہیں

کیوں دوسرا سٹ پتنگ نما نہیں ہے؟

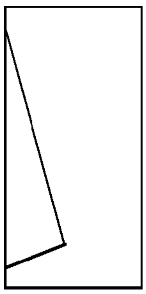
مشاہدہ کیجیے:-

i) ایک پتنگ کے چار ضلعے ہوتے ہیں۔(یہ ایک محدب چار ضلعی ہے)

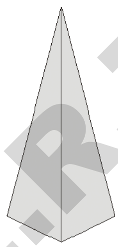
ii) مساوی طول رکھنے والے متصلہ ضلعوں کے دو جوڑ ہوتے ہیں۔

مشغلہ 2:

ایک موٹا (دبیز) کاغذ لیجیے۔اس کاغذ کو درمیان سے موڑیے۔شکل (1) میں بتائے گئے طریقے پر مختلف طول والے دو خطی قطعے کھینچئے خطی قطعوں کے نشان پر کاٹیے اور شکل (2) میں بتائے گئے طریقے پر ٹکڑے کو الگ کیجیے۔



شکل (1)



شکل (2)

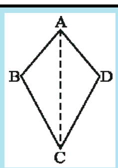
اس طرح آپ کو پتنگ نما شکل حاصل ہوگی۔

کیا پتنگ نما شکل میں خط تشاکل پایا جاتا ہے؟

پتنگ نما شکل کے دونوں وتر کو موڑیے۔اس طرح موڑنے کے بعد گنیے سے جانچ کیجیے کہ آیا یہ دونوں ایک دوسرے کی زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتے ہیں؟ کیا پتنگ نما شکل کے وتر مساوی طول رکھتے ہیں؟ جانچ کیجیے (کاغذ کو موڑ کر پیمائش کیجیے) کہ آیا یہ ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

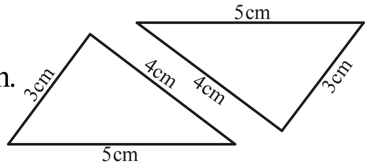
کوشش کیجیے

ثابت کیجیے کہ پتنگ نما شکل ABCD میں ΔABC اور ΔADC متماثل ہوتے ہیں۔

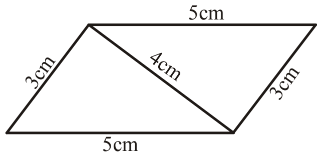


12.4.3 Parallelogram

Activity 3



Take two identical cut-outs of a triangle of sides 3 cm, 4 cm, 5 cm. Arrange them as shown in the figure given below:



You get a parallelogram. Which are the parallel sides here? Are the parallel sides equal? You can get two more parallelograms using the same set of triangles. Find them out.

A parallelogram is a quadrilateral with two pairs of opposite sides parallel.

Activity 4

Take a ruler. Place it on a paper and draw two lines along its two sides as shown in Figure1. Then place the ruler over the lines as shown in Figure2 and draw two more lines along its edges again.

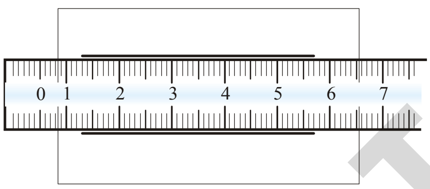


Figure 1

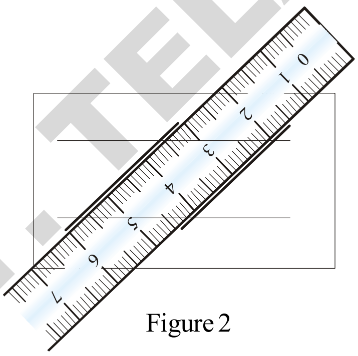


Figure 2

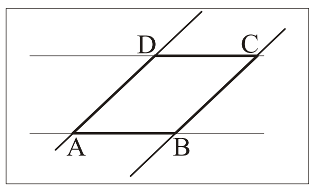


Figure 3

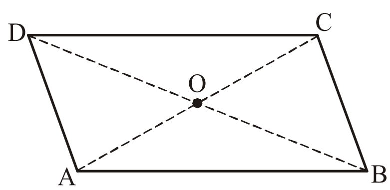
In Figure 3, opposite sides are parallel, hence it is a parallelogram.

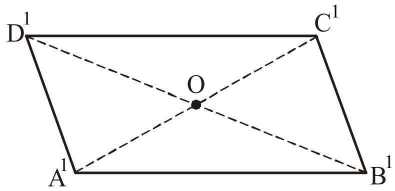
12.4.3(a) Properties of a parallelogram

Sides of parallelogram

Activity 5

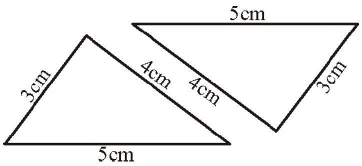
Take cut-outs of two identical parallelograms, say ABCD and $A^1B^1C^1D^1$.



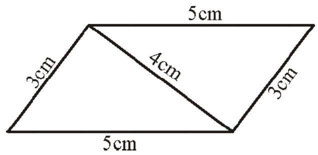


12.4.3 متوازی الاضلاع (Parallelogram)

مشغلہ 3:-



3 سمر، 4 سمر، 5 سمر طول والے دو مشابہہ مثلثات کو لیجیے۔اور نیچے دی گئی شکل کے مطابق اسے ترتیب دیجیے۔

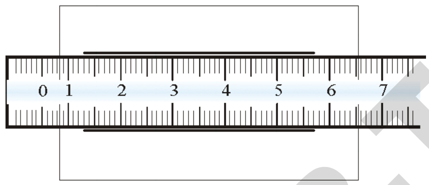


متوازی الاضلاع حاصل ہوتی ہے۔ یہاں پر کون سے ضلع متوازی ہوتے ہیں؟ کیا متوازی ضلعے مساوی طول رکھتے ہیں؟ ان دوست مثلثات کی مدد سے آپ مزید دو متوازی الاضلاع حاصل کرتے ہیں۔انھیں معلوم کیجیے۔

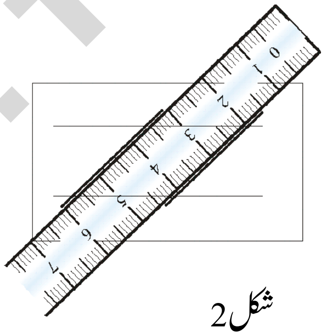
ایسی چار ضلعی جس کے مقابل کے ضلعوں کے دونوں جوڑیاں متوازی ہوتے ہیں۔متوازی الاضلاع کہلاتی ہے۔

مشغلہ 4:

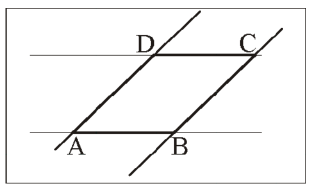
ایک پٹری لیجیے۔شکل 1 میں بتائے گئے طریقے سے پٹری کو کاغذ پر رکھ کر دو خطوط پٹری کے دونوں جانب کھینچیے۔اس کے بعد کھینچی گئی لکیروں پر پٹری رکھ کر دو خطوط کو پٹری کے دونوں جانب (شکل 2 میں بتائے گئے طریقے پر) کھینچیے۔



شکل 1



شکل 2



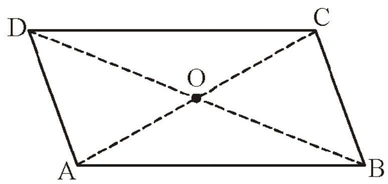
شکل 3

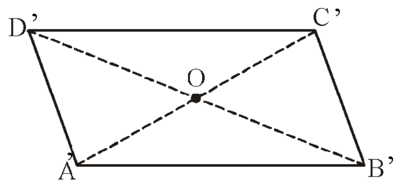
شکل (3) میں مقابل کے ضلعے متوازی ہوتے ہیں۔اس لیے یہ متوازی الاضلاع کہلاتی ہے۔

12.4.3(a) متوازی الاضلاع کے ضلع

متوازی الاضلاع کے ضلعے کی خصوصیات

مشغلہ 5:- دو کاٹے ہوئے متماثل متوازی الاضلاع لیجیے مان لیجیے کہ یہ ABCD اور A'B'C'D' ہیں۔





Here $\overline{AB}$ is same as $\overline{A'B'}$ except for the name. Similarly, the other corresponding sides are equal too. Place $\overline{A'B'}$ over $\overline{DC}$. Do they coincide? Are the lengths $\overline{A'B'}$ and $\overline{DC}$ equal?

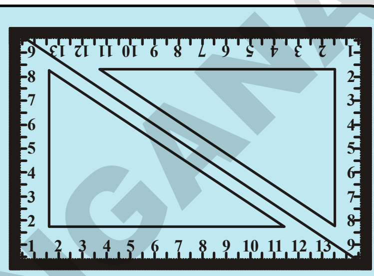
Similarly examine the lengths $\overline{AD}$ and $\overline{B'C'}$. What do you find?

You will find that the sides are equal in both cases. Thus, **the opposite sides of a parallelogram are of equal length.**

You will also find the same results by measuring the side of the parallelogram with a scale.

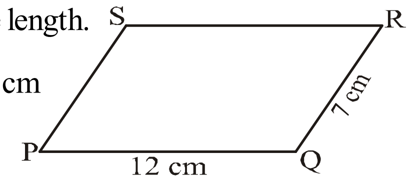
Try This

Take two identical set squares with angles 30° – 60° – 90° and place them adjacently as shown in the adjacent figure. Does this help you to verify the above property? (Can we say every rectangle is a parallelogram?)



Example 5 : Find the perimeter of the parallelogram PQRS.

Solution : In a parallelogram, the opposite sides have same length.



According to the question, PQ= SR = 12 cm and QR = PS = 7 cm

Thus, Perimeter = PQ + QR + RS + SP

= 12 cm + 7 cm + 12 cm + 7 cm = 38 cm

Angles of a parallelogram

Activity 6

Let ABCD be a parallelogram. Copy it on a tracing sheet. Name this copy as A′, B′, C′, D′. Place A′, B′, C′, D′ on ABCD as shown in Figure 1. Pin them together at the point where the diagonals meet. Rotate the transparent sheet by 90° as shown in Figure 2. Then rotate the parallelogram again by 90° in the same direction. You will find that the parallelograms coincide as shown in Figure 3. You now find A′ lying exactly on C and C′ lying on A. Similarly B′ lies on D and D′ lies on B as shown in Figure 3.

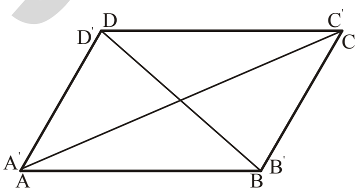


Figure 1

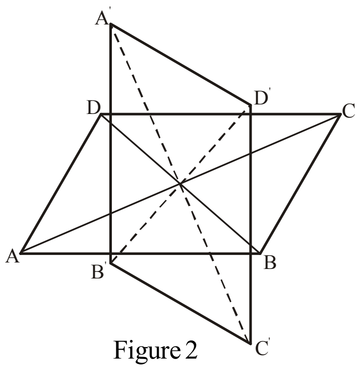


Figure 2

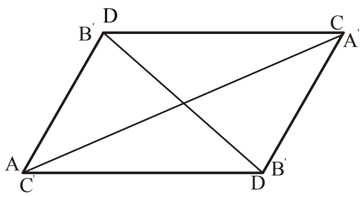
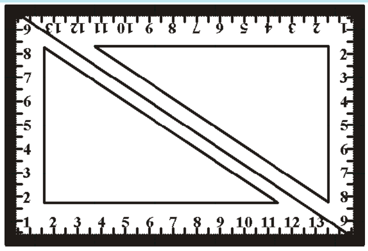


Figure 3

یہاں پر $\overline{AB}$ مساوی ہے $\overline{A'B'}$ کے۔ٹھیک اسی طرح دیگر متناظر ضلعے بھی مساوی ہوتے ہیں۔ $\overline{A'B'}$ کو $\overline{DC}$ پر رکھیے۔کیا یہ دونوں منطبق ہوتے ہیں؟ کیا $\overline{A'B'}$ اور $\overline{DC}$ کے طول مساوی ہیں؟ ٹھیک اسی طرح $\overline{AD}$ اور $\overline{B'C'}$ ضلعوں کے طول کا مشاہدہ کیجیے؟ آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟ بتلائیے؟

دونوں صورتوں میں آپ ضلعوں کو مساوی پاتے ہیں۔لہٰذا **متوازی الاضلاع میں مقابل کے ضلعے مساوی طول رکھتے ہیں۔**

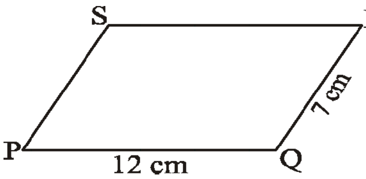
پٹری کی مدد سے پیمائش کرنے پر بھی آپ متوازی الاضلاع میں یہی نتیجہ اخذ کرتے ہیں۔



کوشش کیجیے:-

30^o-60^o-90^o پیمائش رکھنے والے دو جوڑ متماثل گنئے لیجیے۔انھیں اسطرح متصلہ ترتیب دیجے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔کیا یہ مذکورہ بالا خصوصیت کی جانچ میں کارآمد ہوتے ہیں؟ (کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ہر مستطیل متوازی الاضلاع ہوسکتا ہے؟)

مثال (5) :- متوازی الاضلاع PQRS کا احاطہ معلوم کیجیے۔



حل: متوازی الاضلاع میں مقابل کے ضلعے مساوی ہوتے ہیں۔

سوال کے مطابق $PQ = SR =$ 12 سمر اور 7 سمر $= QR = PS$

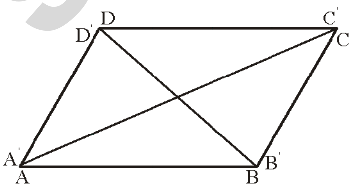
لہٰذا احاطہ $= PQ + QR + RS + SP$

$=$ 12 سمر + 7 سمر + 12 سمر + 7 سمر = 38 سمر

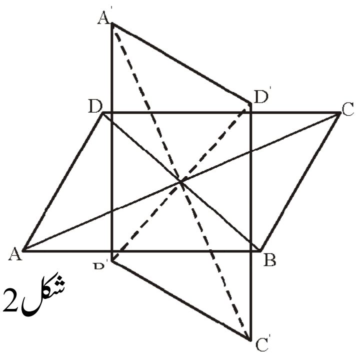
متوازی الاضلاع کے زاویے

مشغلہ 6:-

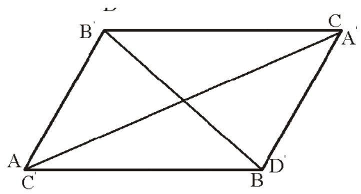
ایک متوازی الاضلاع ABCD لیجیے۔مومی کاغذ (Tracing Paper) پر نقل کیجیے۔اوراس شکل کو A'B'C'D' کا نام دیجیے۔A'B'C'D' متوازی الاضلاع کو ABCD پر شکل (1) میں بتائے گئے طریقے پر رکھیے۔اس نقطہ پر پن کیجیے جہاں پر دو وتر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔مومی کاغذ کو عموداًیعنی (90°) گھمائیے جس طرح کہ شکل (2) میں بتایا گیا ہے۔مزید 90° اس متوازی الاضلاع کو گھمائیے۔آپ شکل (3) کی طرح متوازی الاضلاع پائیں گے جو ایک دوسرے پر منطبق ہیں۔آپ A' کو ٹھیک نقطہ C پر اور C' کو ٹھیک نقطہ ''A'' پر پائیں گے اسی طرح B' کو D پر اور D' کو B پر پائیں گے۔جیسا کہ شکل میں ظاہر کیا گیا ہے۔



شکل 1



شکل 2



شکل 3

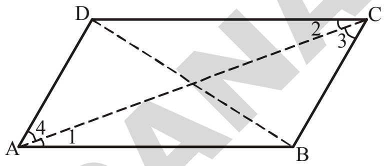
Does this tell you anything about the measures of the angles A and C? Examine the same for angles B and D. State your findings.

You will conclude that the opposite angles of a parallelogram are of equal measure.

Try This

Take two identical 30° – 60° – 90° set squares and form a parallelogram as before. Does the figure obtained help you confirm the above property?

You can justify this idea through logical arguments-



If $\overline{AC}$ and $\overline{BD}$ are the diagonals of the parallelogram ABCD you find that $\angle 1 = \angle 2$ and $\angle 3 = \angle 4$ (alternate angles property)

$\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (ASA congruency).

Therefore, $m\angle B = m\ \angle D$ (c.p.c.t.).

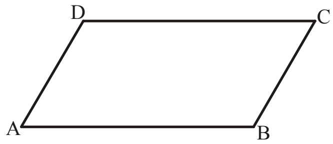
Similarly, $\Delta ABD \cong \Delta CDB$, therefore, $m\ \angle A = m\ \angle C$. (c.p.c.t.).

Thus, the opposite angles of a parallelogram are of equal measure.

We now turn our attention to adjacent angles of a parallelogram.

In parallelogram ABCD, $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ and $\overline{DA}$ is the transversal.

Therefore, $\angle A$ and $\angle D$ are the interior angles on the same side of the transversal. They are supplementary each other.



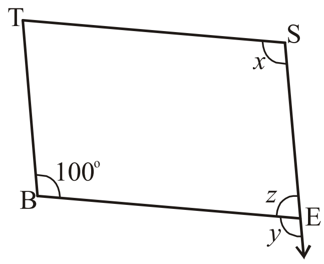
$\angle A$ and $\angle B$ are also supplementary. Can you say 'why'?

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ and $\overline{BA}$ is a transversal, making $\angle A$ and $\angle B$ interior angles.

Do This

Identify two more pairs of supplementary angles from the parallelogram ABCD given above.

Example 6 : BEST is a parallelogram. Find the values x, y and z.



Solution : $\angle S$ is opposite to $\angle B$.

So, $x = 100°$ (opposite angles property)

$y = 100°$ (corresponding angles)

$z = 80°$ (since $\angle y$, $\angle z$ is a linear pair)

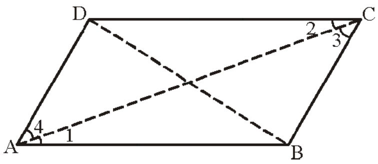
The adjacent angles in a parallelogram are supplementary. You have observed the same result in the previous example.

کیا زاویے A اور C کی پیمائش سے متعلق یہ کچھ وضاحت کرسکتا ہے؟ اسی طرح زاویے B اور D کی پیمائش سے متعلق دریافت کیجیے۔ ساتھیوں سے گفتگو کیجیے۔

آپ یہ نتیجہ اخذ کریں گے کہ متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے مساوی پیمائش کے ہوتے ہیں۔

کوشش کیجیے:

30^o-60^o-90^o پیمائش رکھنے والے دو مشابہہ گنیئے لیکر اس سے متوازی الاضلاع بنایئے جس طرح اس سے قبل بنایا ہے۔ کیا یہ شکل مندرجہ بالا خصوصیت کو اخذ کرنے میں مددگار ہوتی ہے؟



منطقی بحث و دلائل کے ذریعہ آپ اس خاصیت کو ثابت کیجیے۔

اگر $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ متوازی الاضلاع ABCD کے وتر ہیں تب آپ کو ثابت کرنا ہے کہ $\angle 1 = \angle 2$ اور $\angle 4 = \angle 3$ (متبادل زاویوں کی خاصیت کے بناپر)

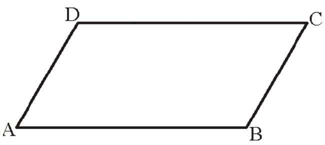
$\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (ASA متماثل خاصیت کی بناپر)

(c.p.c.t) (مماثل مثلثات کے نظیری حصے) $m\angle B = m\angle D$ لہٰذا ٹھیک اسی طرح $\Delta ABD \cong \Delta CDB$

$m\angle A = m\angle C$ [(c.p.c.t)]

لہٰذا متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے مساوی پیمائش رکھتے ہیں۔

اب ہم متوازی الاضلاع کے متصل زاویوں کی طرف نظر مرکوز کریں گے۔



ABCD متوازی الاضلاع میں $\overline{DC}$ متوازی ہے $\overline{AB}$ کے اور $\overline{DA}$ (قاطع) خط

لہٰذا A اور D دو اندرونی زاویئے ہیں جو قاطع خط کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔

لہٰذا یہ تکمیلی زاویے ہیں۔

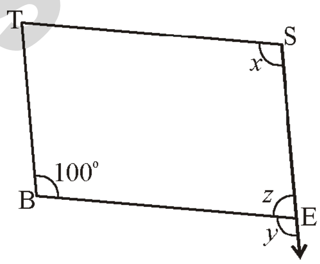
$\angle A$ اور $\angle B$ بھی تکمیلی کہلاتے ہیں؟ کیوں؟

اس کی وجہ بتا سکتے ہیں؟ $\overline{AD}$ متوازی ہے $\overline{BC}$ کے اور $\overline{BA}$ قاطع خط ہے جو اندرونی $\angle A$ اور $\angle B$ بناتا ہے۔

یہ کیجیے

مذکورہ بالا متوازی الاضلاع ABCD میں مزید دو تکمیلی زاویوں کی نشان دہی کیجیے۔

مثال 6: BEST ایک متوازی الاضلاع ہے۔ اس متوازی الاضلاع میں x, y اور z کی قدریں معلوم کیجیے۔



حل: $\angle S$ ، $\angle B$ کے مقابل کا زاویہ ہے

لہٰذا : (مقابل کے زاویوں کی خاصیت پر) $x = 100^o$

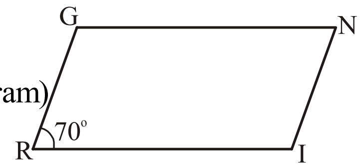
(متناظر زاویے) $y = 100^o$

(چونکہ $\angle y$ اور $\angle z$ خطی جوڑ ہے) $z = 80^o$

متوازی الاضلاع میں متصل زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔ آپ نے پیشتر مثال میں اسی نتیجہ کا مشاہدہ کیا ہے۔

Example 7 : In parallelogram RING if m $\angle R = 70°$, find all the other angles.

Solution : According to the question, $m\angle R = 70°$



Then $m\angle N = 70°$ (opposite angles of a parallelogram)

Since $\angle R$ and $\angle I$ are supplementary angles,

$m\angle I = 180° - 70° = 110°$

Also, $m\angle G = 110°$ since $\angle G$ and $\angle I$ are opposite angles of a parallelogram.

Thus, $m\angle R = m\angle N = 70°$ and $m\angle I = m\angle G = 110°$

Try this

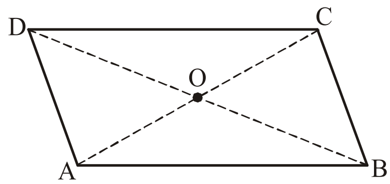
For the above example, can you find m $\angle I$ and m $\angle G$ by any other method?

Hint : Angle-sum property of a quadrilateral.

12.4.3 (b) Diagonals of parallelogarm

Activity 7

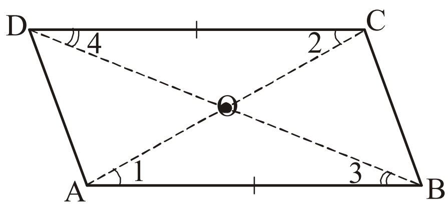
Take a cut-out of a parallelogram, say, ABCD. Let its diagonals $\overline{AC}$ and $\overline{DB}$ meet at O.



Find the mid-point of $\overline{AC}$ by folding and placing C on A. Is the mid-point same as O?

Find the mid-point of $\overline{DB}$ by folding and placing D on B. Is the mid-point same as O?

Does this show that diagonal $\overline{DB}$ bisects the diagonal $\overline{AC}$ at the point O? Discuss it with your friends. Repeat the activity to find where the mid point of $\overline{DB}$ could lie.



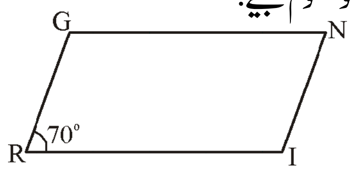
The diagonals of a parallelogram bisect each other.

It is not very difficult to justify this property using ASA congruency:

$\Delta AOB \cong \Delta COD$ (How is ASA used here?)

This gives $\overline{AO} = \overline{CO}$ and $\overline{BO} = \overline{DO}$

مثال7: متوازی الاضلاع RING میں اگر $m\angle R = 70^{o}$ تب بقیہ تمام زاویوں کو معلوم کیجیے؟



حل: سوال کے مطابق $m\angle R = 70^{o}$

$m\angle N = 70^{o}$ تب (متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے)

چونکہ $\angle R$ اور $\angle I$ تکمیلی زاویے ہیں

$m\angle I = 180^{o} - 70^{o} = 110^{o}$

(چونکہ $\angle G$ اور $\angle I$ متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے ہیں)

$m\angle R = m\angle N = 70^{o}$ لہٰذا $m\angle G = 110^{o}$

اور $m\angle G = 110^{o}$

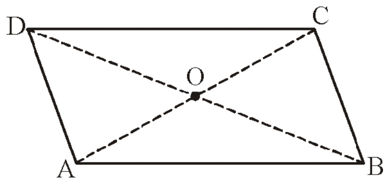
کوشش کیجیے

مذکورہ بالا مثال میں کیا آپ $m\angle I$ اور $m\angle G$ کو کسی دوسرے طریقے سے معلوم کر سکتے ہیں؟

اشارہ:۔ چار ضلعی کے تمام زاویوں کا مجموعہ 360^{o} ہوتا ہے۔

12.4.3(b) متوازی الاضلاع کے وتر

مشغلہ 7:-



کاغذ کی مدد سے چار ضلعی ABCD بنائیے۔ مان لیجیے کہ اس چار ضلعی کے وتر $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ نقطہ ' O ' پر قطع کرتے ہیں۔

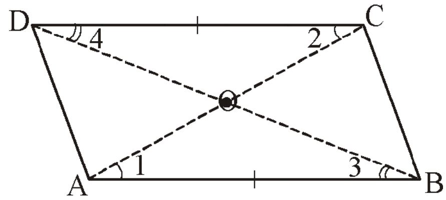
'C' کو A پر رکھتے ہوئے وتر کو موڑیے اور ان کا وسطی نقطہ معلوم کیجیے۔ کیا اس طرح حاصل ہونے والا وسطی نقطہ بھی ' O ' ہے۔

'D' کو B پر رکھتے ہوئے وتر کو موڑیے اور ان کا وسطی نقطہ معلوم کیجیے۔ کیا اس طرح حاصل ہونے والا وسطی نقطہ بھی 'O' ہے۔

کیا اس سے یہ معلوم ہوتا ہے کہ وتر BD اور وتر AC، نقطہ ' O ' پر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں؟ ساتھیوں سے گفتگو کر کے بتلائیے۔ اس مشغلے کو دہرائیے تا کہ یہ معلوم ہو سکے کہ DB کا وسطی نقطہ کہاں واقع ہوتا ہے؟

متوازی الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

ASA مماثلت قانون کو استعمال کرتے ہوئے اس خاصیت کو ثابت کرنا کوئی خاص مشکل کام نہیں۔



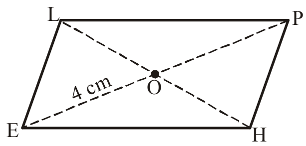
(کس طرح یہاں پر ASA خاصیت کو استعمال کیا گیا ہے)

$\Delta AOB \cong COD$

لہٰذا $AO = CO$ اور $BO = DO$

Example 8 : HELP is a parallelogram. Given that $\overline{OE}$ = 4 cm, where O is the point of intersection of the diagonals and $\overline{HL}$ is 5 cm more than $\overline{PE}$? Find $\overline{OH}$.

Solution : If $\overline{OE}$ = 4 cm then $\overline{OP}$ also is 4 cm (Why?)



So $\overline{PE}$ = 8 cm (Why?)

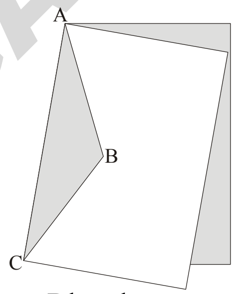
HL is 5 cm more than $\overline{PE}$

Therefore, $\overline{HL}$ = 8 + 5 = 13 cm

Thus, $\overline{OH} = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$ cms

12.4.4 Rhombus

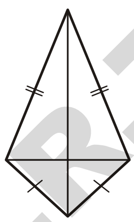
Recall the paper-cut kite you made earlier. When you cut along ABC and opened up, you got a kite. Here lengths AB and BC were different. If you draw AB = BC, then the kite you obtain is called a rhombus.

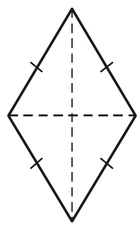


Rhombus-cut

Note that all the sides of rhombus are of same length; this is not the case with the kite.

Since the opposite sides of a rhombus are parallel, it is also a parallelogram. So, a rhombus has all the properties of a parallelogram and also that of a kite. Try to list them out. You can then verify your list with the check list at the end of the chapter.


Kite


Rhombus

The diagonals of a rhombus are perpendicular bisectors of one another

Activity 8

Take a copy of a rhombus. By paper-folding verify if the point of intersection is the mid-point of each diagonal. You may also check if they intersect at right angles, using the corner of a set-square.

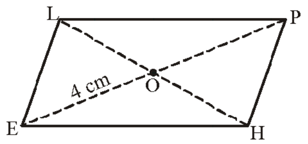
Now let us justify this property using logical steps.

ABCD is a rhombus. It is a parallelogram too, so diagonals bisect each other.

Therefore, $\overline{OA} = \overline{OC}$ and $\overline{OB} = \overline{OD}$.

مثال8:- HELP ایک متوازی الاضلاع ہے۔دیا گیا ہے 4 سمر $\overline{OE}$ = جہاں " O " وتروں کا نقطہ تقاطع ہے اور $\overline{HL}$ کی پیمائش بہ نسبت $\overline{PE}$ کے 5 سمر زیادہ ہے؟ تو بتلایئے $\overline{OH}$ کی پیمائش کیا ہوگی؟

حل:- اگر 4 سمر = $\overline{OE}$ تب $\overline{OP}$ کی پیمائش بھی 4 سمر ہوتی ہے (کیوں؟)



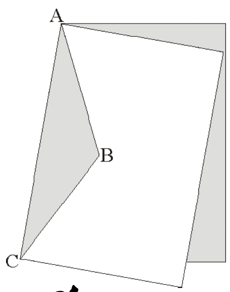
لہٰذا 8 سمر = PE (کیوں؟)

HL کی پیمائش 5 سمر زیادہ ہے بہ نسبت PE کے

لہٰذا 13 سمر = HL = 8 + 5

اس طرح $OH = \frac{1}{2} \times 13 =$ 6.5 سمر

12.4.4 معین (Rhombus)

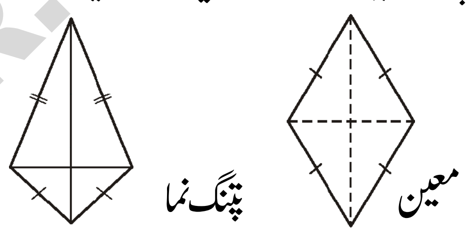


معین

آپ نے اس سے پہلے کاغذ کی پتنگ بنائی تھی۔ایک بار اس کا اعادہ کرلیں۔جب آپ ABC کے ساتھ کاٹ کر اس حصّے کو کھول دیجیے۔اب آپ کو پتنگ نما شکل حاصل ہوتی ہے۔یہاں پر AB اور BC کے طول مختلف ہوتے ہیں۔اگر آپ AB = BC کھینچیں گے تب آپ کو حاصل ہونے والی پتنگ نما شکل معین (Rhombus) کہلاتی ہے۔

نوٹ کیجیے کہ معین کے تمام ضلعے مساوی ہوتے ہیں' جبکہ پتنگ نما میں یہ کیفیت یا خاصیت نہیں پائی جاتی۔

چونکہ معین کے مقابل کے ضلعے متوازی ہوتے ہیں،اس لیے یہ متوازی الا ضلاع بھی کہلا تا ہے۔بہر کیف معین میں متوازی الاضلاع کی تمام خصوصیات اور پتنگ نما کی تمام خصوصیات ہوتی ہیں۔ان خصوصیات کی فہرست بنایئے۔آپ کی چیک لسٹ (Check List) باب کے اختتام پر دی گئی چیک لسٹ سے تصدیق کر کے دیکھیے۔



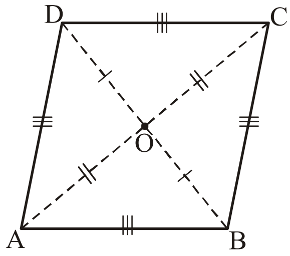
معین کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔

مشغلہ 8: معین کی ایک نقل کھینچے۔کاغذ کو موڑتے ہوئے جانچ کیجیے کہ کیا دونوں وتروں کا نقطہ تقاطع ان کے وسطی نقطہ بھی ہے۔ گنیے استعمال کرتے ہوئے بھی آپ تصدیق کرسکتے ہیں کہ یہ عموداً قطع کرتے ہیں۔

منطقی دلائل کے ذریعہ آپ اس خاصیت کو ثابت کیجیے۔ABCD ایک معین ہے۔اور یہ ایک متوازی الاضلاع بھی ہے۔لہٰذا وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

لہٰذا $\overline{OA} = \overline{OC}$ اور $\overline{OB} = \overline{OD}$

We now have to show that m∠AOD = m∠COD = 90°.



It can be seen that by SSS congruency criterion.

ΔAOD ≅ ΔCOD

Therefore, m ∠AOD = m∠COD

Since ∠AOD and ∠COD are a linear pair,

m ∠AOD = m ∠COD = 90°

We conclude, the diagonals of a rhombus are perpendicular bisectors of each other.

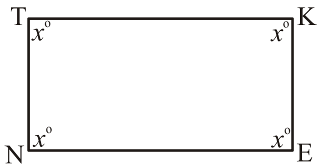
12.4.5 Rectangle

A rectangle is a parallelogram with equal angles.

What is the full meaning of this definition? Discuss with your friends.

If the rectangle is to be equiangular, what could be the measure of each angle?

Let the measure of each angle be $x°$.



Then $4x° = 360°$ (Why)?

Therefore, $x° = 90°$

Thus, each angle of a rectangle is a right angle.

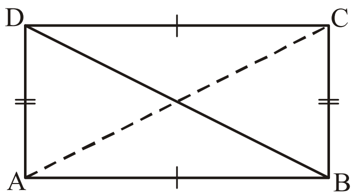
So, a rectangle is a parallelogram in which every angle is a right angle.

Being a parallelogram, the rectangle has opposite sides of equal length and its diagonals bisect each other.

In a parallelogram, the diagonals can be of different lengths. (Check this); but surprisingly the rectangle (being a special case) has diagonals of equal length.

This is easy to justify:

If ABCD is a rectangle,



ΔABC ≅ ΔBAD

This is because $\overline{AB} = \overline{AB}$ (Common side)

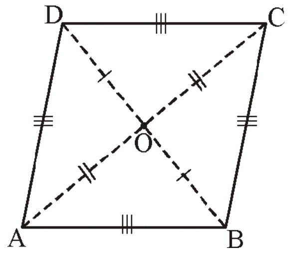
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (Why?)

m ∠A = m ∠B = 90° (Why?)

Thus, by SAS criterion ΔABC ≅ ΔBAD and $\overline{AC} = \overline{BD}$ (c.p.c.t.)

Thus, in a rectangle the diagonals are of equal length.

اب ہم کو ثابت کرنا ہیکہ $m\ \angle AOD = m\ \angle COD = 90^{o}$



اس کو SSS مماثلتی اُصول پر دیکھا جاسکتا ہے۔

$\Delta AOD \cong \Delta COD$

لہٰذا $m\angle AOD = m\angle COD$

چونکہ $\angle COD$ اور $\angle AOD$ خطی جوڑے ہیں۔

$m\ \angle AOD = m\ \angle COD = 90^{o}$

اب ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ معین کے وتر ایک دوسرے کی عموداً تنصیف کرتے ہیں۔

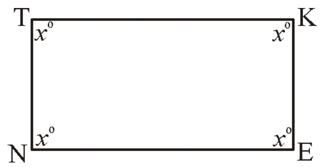
12.4.5 مستطیل (Rectangle)

مستطیل ایک ایسا متوازی الاضلاع ہے جس کے تمام زاویے مساوی ہوتے ہیں۔

اس تعریف کے مکمل معنی کیا ہیں؟ اپنے ساتھیوں سے بحث کیجیے۔

اگر مستطیل مساوی الزاویہ ہو تب اس کے ہر ایک زاویہ کی پیمائش کیا ہوسکتی ہے۔

فرض کرو کہ اس کے ہر ایک زاویہ کی پیمائش x^{o} ہے۔



تب $4x^{o} = 360^{o}$ (کیوں)

لہٰذا $x^{o} = 90^{o}$

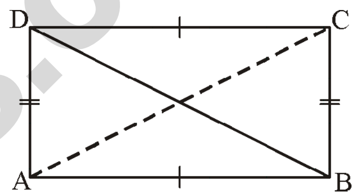
پس مستطیل کا ہر زاویہ، زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

اس طرح مستطیل ایک متوازی الاضلاع ہے جس کا ہر زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔

بہ حیثیت متوازی الاضلاع مستطیل کے مقابل کے اضلاع کے طول مساوی ہوتے ہیں اور اس کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

متوازی الاضلاع میں وتر کے طول مختلف ہوتے ہیں۔ (جانچ کیجیے) لیکن حیرت انگیز طور پر مستطیل (بحیثیت مخصوص صورت) کے وتروں کے طول مساوی ہوتے ہیں۔

یہ ثابت کرنا آسان ہے۔



اگر ABCD ایک مستطیل ہے

$\Delta ABC \cong \Delta ABD$

اس لیے کہ $\overline{AB} = \overline{AB}$ (مشترک)

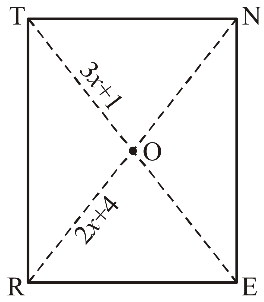
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (کیوں)

$m\angle A = m\angle B = 90^{o}$ (کیوں)

پس SAS مماثلتی اُصول سے $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ اور $\overline{AC} = \overline{BD}$ (c.p.c.t)

پس مستطیل کے وتر طول میں مساوی ہوتے ہیں۔

Example 9 : RENT is a rectangle. Its diagonals intersect at O. Find x, if $\overline{OR} = 2x + 4$ and $\overline{OT} = 3x + 1$.



Solution : $\overline{OT}$ is half of the diagonal $\overline{TE}$ and $\overline{OR}$ is half of the diagonal RN.

Diagonals are equal here. (Why?)

So, their halves are also equal.

Therefore $\quad 3x + 1 = 2x + 4$

or $\quad x = 3$

12.4.6 Square

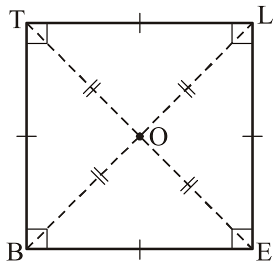
A square is a rectangle with equal adjacent sides.

This means a square has all the properties of a rectangle with an additional property that all the sides have equal length.

The square, like the rectangle, has diagonals of equal length.

In a rectangle, there is no requirement for the diagonals to be perpendicular to one another (Check this). However, this is not true for a square.

Let us justify this-



BELT is a square, therefore, BE = EL = LT = TB

Now, let us consider ΔBOE and ΔLOE

OB=OL (why?)

OE is common

Thus, by SSS congruency $\Delta BOE \cong \Delta LOE$

So $\quad \angle BOE = \angle LOE$

but $\quad \angle BOE + \angle LOE = 180^{\circ}$ (why?)

$$\angle BOE = \angle LOE = \frac{180}{2} = 90^{\circ}$$

Thus, the diagonals of a square are perpendicular bisectors of each other.

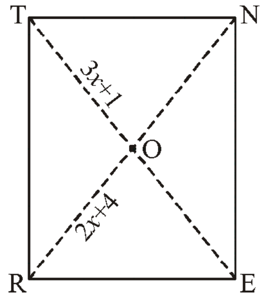
In a square the diagonals.

(i) bisect one another (square being a rectangle)

(ii) are of equal length (square being a rectangle) and

(iii) are perpendicular to one another.

مثال9:- RENT ایک مستطیل ہے۔اگراس کے وتر نقطہ ' O ' پرتنصیف کرتے ہیں۔تب x معلوم کیجیے۔
جبکہ $OR = 2x + 4$ اور $OT = 3x + 1$



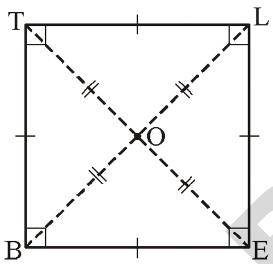
حل: ۔ OT ، وتر TE کا نصف ہے اور OR، وتر RN کا نصف ہے۔
یہاں وتر مساوی ہیں (کیوں)
اس طرح ان کے نصف بھی مساوی ہیں (کیوں)
اس لیے $3x + 1 = 2x + 4$
$x = 3$

12.4.6 مربع:-

مربع ایک ایسا مستطیل ہے جس کے متصلہ ضلعے مساوی ہوتے ہیں۔

اس کا مطلب ہےکہ مربع میں مستطیل کی تمام خصوصیات کے علاوہ اسکے تمام اضلاع کے طول مساوی ہوتے ہیں۔
مستطیل کی طرح مربع کے وتر کے طول بھی مساوی ہوتے ہیں۔
مستطیل میں وتر ایک دوسرے پرعموودار ہونا ضروری نہیں (جانچ کیجیے) لیکن یہہ شرط مربع میں صادق نہیں ہوتی۔

آیئے ہم اس کا ثبوت دیکھیں:



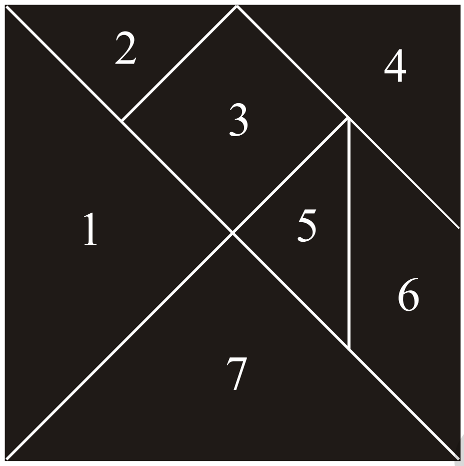
BELT ایک مربع ہے اس لیے $BE = EL = LT = TB$
آیئے اب ہم ΔBOE اور ΔLOE پرغور کریں۔
$\overline{OB} = \overline{OL}$ (کیوں)
OE مشترک ہے پس SSS مماثلت سے $\angle BOE = \angle LOE$
اس لیے $\angle BOE = \angle LOE$
لیکن $\angle BOE + \angle LOE = 180^0$ (کیوں) $\angle BOE = \angle LOE = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

پس مربع کے وتر ایک دوسرے پرعمودی تنصیف کرتے ہیں۔

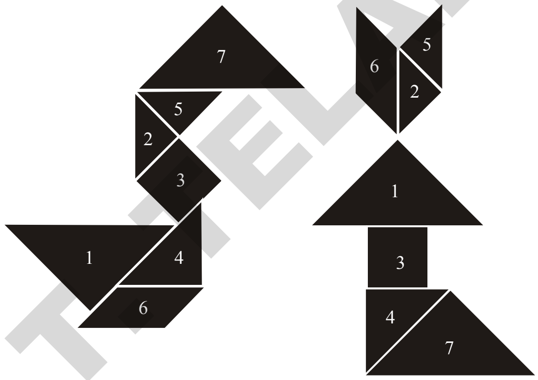
مربع میں وتر

i) ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔ (مربع ایک متوازی الاضلاع ہے۔)
ii) طول مساوی ہوتے ہیں۔ (مربع ایک مستطیل ہے)
iii) ایک دوسرے پرعموودار ہوتے ہیں۔

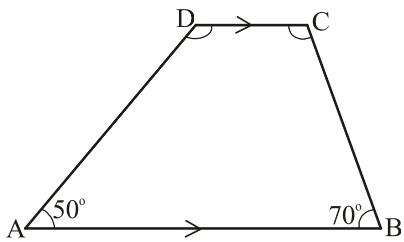
12.5 Making figures with a tangram.



Use all the pieces of tangarm to form a trapezium, a parallelogram, a rectangle and a square.



Also make as many different kinds of figures as you can by using all the pieces. Two examples have been given for you.



Example 10 : In trapezium ABCD, AB is parallel to CD. If $\angle A = 50°$, $\angle B = 70°$. Find $\angle C$ and $\angle D$.

Solution : Since AB is parallel to CD

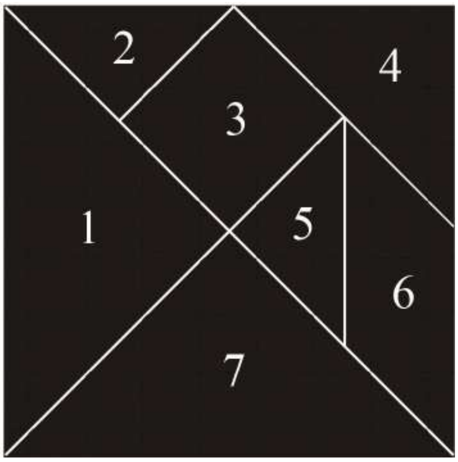
$\angle A + \angle D = 180°$ (interior angles on the same side of the transversal)

So $\angle D = 180° - 50° = 130°$

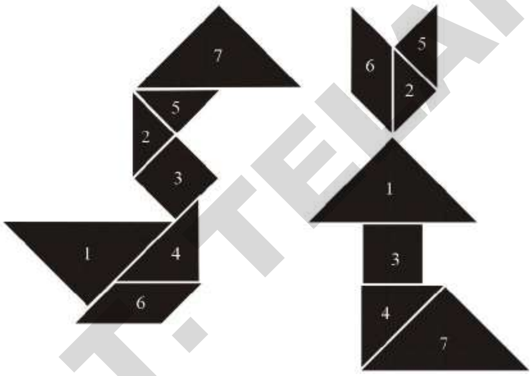
Similarly, $\angle B + \angle C = 180°$

So $\angle C = 180° - 70° = 110°$

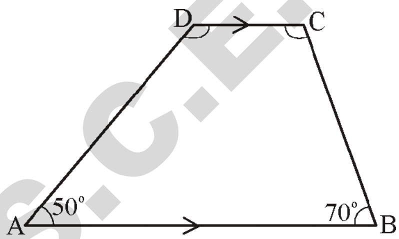
12.5 " Tangram " کی مدد سے اشکال بنایئے۔



Tangram کے تمام ٹکڑوں کی مدد سے ایک مخرف، ایک متوازی الاضلاع، ایک مستطیل، ایک مربع تشکیل دیجیے



اسی طرح سے ان تمام ٹکڑوں کی مدد سے جہاں تک ممکن ہو سکے مختلف قسم کے اشکال بنایئے۔ آپ کیلئے دو مثالیں دی گئی ہیں۔



مثال 10:- منحرف ABCD میں $\overline{AB}$ متوازی ہے $\overline{CD}$ کے

اگر $\angle A = 50^o$، $\angle B = 70^o$ تب $\angle C$ اور $\angle D$ معلوم کیجیے۔

حل: چونکہ $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ کے متوازی ہے

$\angle A + \angle D = 180^o$ (قاطع خط کے ایک ہی جانب کے اندرونی زاویے)

اس لیے $\angle D = 180^o - 50^o = 130^o$

اسی طرح $\angle B + \angle C = 180^o$

اس لیے $\angle C = 180^o - 70^o = 110^o$

Example 11 : The measures of two adjacent angles of a parallelogram are in the ratio 3 : 2. Find the angles of the parallelogram.

Solution : The adjacent angles of a parallelogram are supplementary.

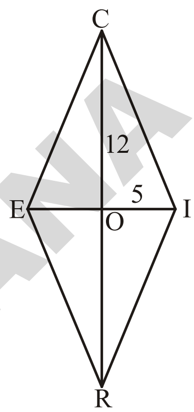
i.e. their sum $= 180°$

Ratio of adjacent angles $= 3:2$

So, each of the angles is $180 \times \frac{3}{5} = 108^{\circ}$ and

$180 \times \frac{2}{5} = 72^{\circ}$

Example 12 : RICE is a rhombus. Diagonals intersect at 'O'. Find OE and OR. Justify your findings.



Solution : Diagonals of a rhombus bisect each other

i.e., OE = OI and OR = OC

Therefore, OE = 5 and OR = 12

Exercise - 2

1. State whether true or false-

(i)	All rectangles are squares	( )
(ii)	All rhombuses are parallelogram	( )
(iii)	All squares are rhombuses and also rectangles	( )
(iv)	All squares are not parallelograms	( )
(v)	All kites are rhombuses	( )
(vi)	All rhombuses are kites	( )
(vii)	All parallelograms are trapeziums	( )
(viii)	All squares are trapeziums	( )

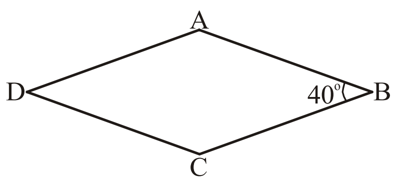
2. Explain how a square is a-

(i) quadrilateral (ii) parallelogram

(iii) rhombus (iv) rectangle.

3. In a rhombus ABCD, $\angle ABC = 40°$.

Find the other angles.



مثال 11:- ایک متوازی الاضلاع کے متصلہ زاویوں کے پیمائش میں 3:2 کی نسبت ہے۔متوازی الاضلاع کے زاویے معلوم کیجیے؟

حل: متوازی الاضلاع کے متصلہ زاویے تکمیلی ہوتے ہیں۔

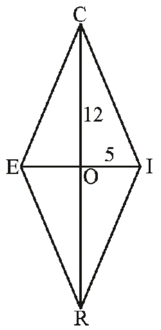
یعنی ان کا مجموعہ = 180^{o}

متصلہ زاویوں کی نسبت = 3:2

اس لیے ہر ایک زاویہ

ایک زاویہ $180\times\frac{3}{5}=108^{o}$ اور

دوسرا زاویہ $180\times\frac{2}{5}=72^{o}$ ہوتا ہے



مثال 12:- RICE ایک معین ہے۔وتر نقطہ 'o' پر قطع کرتے ہیں OE اور OR معلوم کیجیے۔ نتائج کی جانچ کیجیے؟

حل: معین کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

یعنی OE = OI اور OR = OC

لہٰذا OE = 5 اور OR = 12

مشق - 2

1۔ بتلائیے کہ ذیل کے جملے صادق یا کاذب۔

i) تمام مستطیل،مربع ہوتے ہیں۔ (   )

ii) تمام معین،متوازی الاضلاع ہوتے ہیں۔ (   )

iii) تمام مربعے معین اور مستطیل بھی ہوتے ہیں۔ (   )

iv) تمام مربعے،متوازی الاضلاع نہیں ہوتے۔ (   )

v) تمام پتنگ،معین ہوتے ہیں۔ (   )

vi) تمام معین،پتنگ جیسے ہوتے ہیں۔ (   )

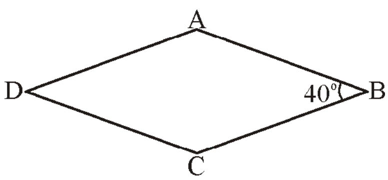
vii) تمام متوازی الاضلاع منحرف ہوتے ہیں۔ (   )

viii) تمام مربعے،منحرف ہوتے ہیں۔ (   )

2۔ بتلائیے کہ مربع کس طرح ایک

i) چارضلعی ii) متوازی الاضلاع

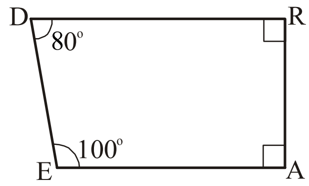
iii) معین iv) مستطیل ہوتا ہے



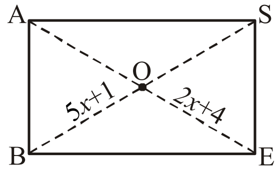
3۔ ایک معین ABCD میں $\angle ABC = 40^{o}$ دوسرے زاویے معلوم کیجیے؟

4. The adjacent angles of a parallelogram are $x°$ and $(2x + 30)°$. Find all the angles of the parallelogram.

5. Explain how DEAR is a trapezium. Which of its two sides are parallel?



6. BASE is a rectangle. Its diagonals intersect at O. Find x, if OB = $5x+1$ and OE = $2x + 4$.



7. Is quadrilateral ABCD a parallelogram, if $\angle A = 70°$ and $\angle C = 65°$? Give reason.

8. Two adjacent sides of a parallelogram are in the ratio 5:3 the perimeter of the parallelogram is 48cm. Find the length of each of its sides.

9. The diagonals of the quadrilateral are perpendicular to each other. Is such a quadrilateral always a rhombus? Draw a rough figure to justify your answer.

10. ABCD is a trapezium in which $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. If $\angle A = \angle B = 30°$, what are the measures of the other two angles?

11. Fill in the blanks.

(i) A parallelogram in which two adjacent sides are equal is a ____________.

(ii) A parallelogram in which one angle is 90° and two adjacent sides are equal is a ____________.

(iii) In trapezium ABCD, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. If $\angle D = x°$ then $\angle A =$ __________.

(iv) Every diagonal in a parallelogram divides it in to ________ triangles.

(v) In parallelogram ABCD, its diagonals $\overline{AC}$ and $\overline{BD}$ intersect at O. If AO = 5cm then AC = ________cm.

(vi) In a rhombus ABCD, its diagonals intersect at 'O'. Then $\angle AOB =$ ________ degrees.

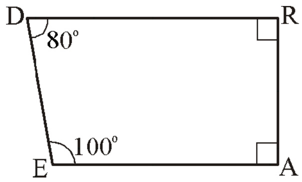
(vii) ABCD is a parallelogram then $\angle A - \angle C =$ ________ degrees.

(viii) In a rectangle ABCD, the diagonal AC = 10cm then the diagonal BD = _______cm.

(ix) In a square ABCD, the diagonal $\overline{AC}$ is drawn. Then $\angle BAC =$ __________ degrees.

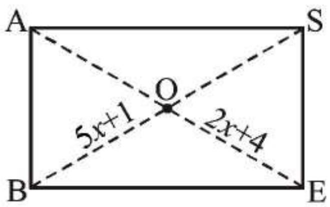
4۔ ایک متوازی الاضلاع کے متصلہ زاویے x^{o} اور $(2x + 30^{o})$ ہیں۔ متوازی الاضلاع کے تمام زاویے معلوم کیجیے؟

5۔ سمجھائیے کہ کس طرح DEAR ایک منحرف ہے۔ اس کے کونسے دو اضلاع متوازی ہیں؟



6۔ BASE ایک مستطیل ہے۔ اس کے وتر نقطہ 'O' پر تنصیف کرتے ہیں۔

اگر $OB = 5x + 1$ اور $OE = 2x + 4$ ، x معلوم کیجیے



7۔ کیا چارضلعی ABCD ایک متوازی الاضلاع ہے۔ جبکہ $\angle A = 70^{o}$ اور $\angle C = 65^{o}$ وجہہ بتائیے۔

8۔ ایک متوازی الاضلاع کے متصلہ ضلعوں میں 5:3 کی نسبت ہے اور اس کا احاطہ 48 سمر ہے۔ اس کے ہر ضلع کا طول معلوم کیجیے؟

9۔ ایک چارضلعی کے وتر ایک دوسرے پر عمود وار ہیں تب اس طرح کی چارضلعی کیا معین ہوسکتی ہے۔ اپنے کے جواب کی جانچ کے لیے ایک کچا خاکہ کھینچیے۔

10۔ ایک منحرف ABCD جس میں $\overline{AB} // \overline{CD}$ اگر $\angle A = \angle B = 30^{o}$ دوسرے دو زاویوں کی پیمائش کیا ہوگی؟

11۔ خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

i) ایک متوازی الاضلاع جس میں دو متصلہ ضلعے مساوی ہوں .... کہلاتا ہے۔

ii) ایک متوازی الاضلاع جسمیں ایک زاویہ 90^{o} ہے اور دو متصلہ ضلعے مساوی ہیں .... کہلاتا ہے۔

iii) ایک منحرف ABCD میں $\overline{AB} // \overline{CD}$ اگر $\angle D = x^{o}$ تب $\angle A =$ ....

iv) ایک متوازی الاضلاع جس میں اس کا ہر وتر اس کو .... مثلثات میں تقسیم کرتا ہے۔

v) ایک متوازی الاضلاع ABCD میں اس کے وتر $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ نقطہ 'O' پر قطع کرتے ہیں

اگر 5 سمر $AO =$ ہو تب $AC =$ .... سمر

vi) ایک معین ABCD میں اس کے وتر نقطہ 'O' پر قطع کرتے ہیں تب $\angle AOB =$ .... درجے

vii) ABCD ایک متوازی الاضلاع ہے تب $\angle A - \angle C =$ .... درجے

viii) ایک مستطیل ABCD میں ایک وتر $\overline{AC} =$ 10 سمر ہے تب دوسرا وتر $BD =$ .... سمر

ix) ایک مربع ABCD میں وتر AC کھینچا گیا تب $\angle BAC =$ .... درجے

Looking back

1. A simple closed figure bounded by four line segments is called a quadrilateral.
2. Every quadrilateral divides a plane into three parts interior, exterior andthe quadrilateral.
3. Every quadrilateral has a pair of diagonals.
4. If the diagonals lie in the interior of the quadrilateral it is called convex quadrilateral.
5. If any one of the diagonals is not in the interior of the quadrilateral it is called a concave Quadrilateral.
6. The sum of interior angles of a quadrilateral is equal to 360°.
7. Properties of Quadrilateral

L6X7R4

Quadrilateral	Properties
Parallelogram : A quadrilateral with both pair, of opposite sides parallel	(1) Opposite sides are equal. (2) Opposite angles are equal. (3) Diagonals bisect one another.
Rhombus : A parallelogram with all sides of equal length.	(1) All the properties of a parallelogram. (2) Diagonals are perpendicular to each other.
Rectangle : A parallelogram with all right angles.	(1) All the properties of a parallelogram. (2) Each of the angles is a right angle. (3) Diagonals are equal.
Square : A rectangle with sides of equal length.	(1) All the properties of a parallelogram, rhombus and a rectangle
Kite : A quadrilateral with exactly two pairs of equal consecutive sides.	(1) The diagonals are perpendicular to one another. (2) The diagonals are not of equal length. (3) One of the diagonals bisects the other.
Trapezium: A quadrilateral with one pair of parallel sides.	1) One pair of opposite sides are parallel.

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ ایک سادہ بند شکل جو چار خطی قطعات سے گھری ہوئی ہوتی ہے چار ضلعی کہلاتی ہے۔

2۔ ہر چار ضلعی مستوی کو تین حصوں، اندرون، بیرون اور چار ضلعی میں تقسیم کرتا ہے۔

3۔ ہر چار ضلعی میں ایک جوڑ وتر ہوتے ہیں۔

4۔ اگر وتر چار ضلعی کے اندر واقع ہو تب اس کو محدب چار ضلعی کہتے ہیں۔

5۔ اگر وتر میں سے کوئی ایک وتر چار ضلعی کے بیرون واقع ہو تب اس کو مقعر چار ضلعی کہتے ہیں۔

6۔ ایک چار ضلعی کے اندرونی زاویوں کا مجموعہ 360^{0} کے مساوی ہوتا ہے۔

7۔ چار ضلعی کے خواص:

چار ضلعی	خواص
متوازی الاضلاع: ایک چار ضلعی جس کے مقابل اضلاع کے دو جوڑ متوازی ہوں۔	1۔ مقابل کے ضلعے مساوی ہوتے ہیں۔ 2۔ مقابل کے زاویے مساوی ہوتے ہیں۔ 3۔ وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔
معین: ایک متوازی الاضلاع جس کے تمام ضلعے مساوی ہوں۔	1۔ متوازی الاضلاع کی تمام خصوصیات 2۔ وتر ایک دوسرے پر عمود دار ہوتے ہیں۔
مستطیل: ایک متوازی الاضلاع جس کے تمام زاویے قائمہ ہوں۔	1۔ متوازی الاضلاع کی تمام خصوصیات۔ 2۔ تمام زاویے قائمہ ہوتے ہیں۔ 3۔ وتر مساوی ہوتے ہیں۔
مربع: ایک مستطیل جس کے اضلاع کے طول مساوی ہوں۔	1۔ متوازی الاضلاع معین اور مستطیل کی تمام خصوصیات۔
پتنگ: ایک چار ضلعی جس کے متصلہ ضلع کے دو جوڑ مساوی ہو۔	1۔ وتر ایک دوسرے پر عمود دار ہوتے ہیں۔ 2۔ وتر کے طول مساوی نہیں ہوتے۔ 3۔ وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔
منحرف: ایک چار ضلعی جس کے متصلہ ضلع کا ایک جوڑ متوازی ہو۔	1۔ مقابل کے ضلع کا ایک جوڑ متوازی ہوتا ہے۔

AREA AND PERIMETER

13

H3F4F4

13.0 Introduction

Ira wants to find the area of her agricultural land, which is irregular in shape (Figure 1). So she divided her land into some regular shapes- triangles, rectangle, parallelogram, rhombus and square (Figure 2). She thought, 'if I know the area of all these parts, I will know the area of my land.'

Figure 1

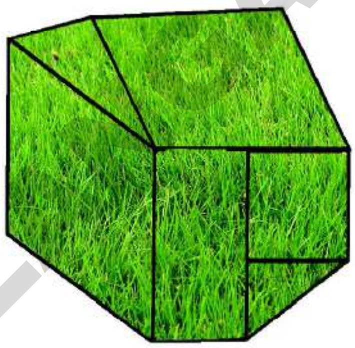
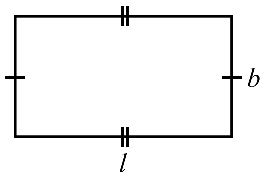
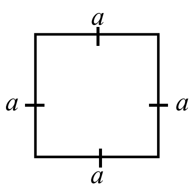


Figure 2

We have learnt how to find the perimeter and area of a rectangle and square in earlier classes. In this chapter we will learn how to find the area of a parallelogram, triangle, rhombus. First let us review what we have learnt about the area and perimeter of a square and rectangle in earlier classes.

Exercise - 1

1. Complete the table given below.

Diagram	Shape	Area	Perimeter
	Rectangle	$l \times b = lb$	____________
	Square	____________	4a

13 رقبہ اور احاطہ

AREA AND PERIMETER

13.0 تمہید

اِرم اپنی زرعی زمین کا رقبہ معلوم کرنا چاہتی ہیں جو غیر منظّم شکل میں موجود ہے۔(شکل-1)اس کے لیے وہ اپنی زمین کو چند منظّم اشکال جیسے مثلث (traingle) مستطیل (rectrangle) متوازی الاضلاع (parallelogram) ، معین (rhombus) اور مربع (square) میں تقسیم کرتی ہے۔(شکل-2) کیوں کہ وہ سوچتی ہے۔''اگر میں ان تمام حصوں کا رقبہ معلوم کرلوں تب مجھے میری زمین کا رقبہ معلوم ہو جائے گا۔

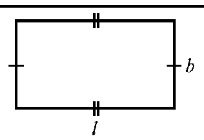
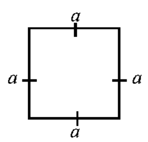
شکل-1

شکل-2

پچھلی جماعتوں میں ہم یہ سیکھ چکے ہیں کہ مستطیل اور مربع کا رقبہ کس طرح معلوم کیا جا سکتا ہے۔اس باب میں ہم یہ سیکھیں گے کہ متوازی الاضلاع مثلث اور معین کا رقبہ کس طرح معلوم کیا جا تا ہے۔اس سے پہلے ہم نے پچھلی جماعتوں میں مربع اور مستطیل کا رقبہ اور احاطہ کس طرح معلوم کیا جا تا ہے' کہاں تک سیکھ چکے ہیں۔اسکا اعادہ کریں گے۔

مشق - 1

1. حسب ذیل میں دیئے گئے جدول کو پر کیجئے۔

خاکہ	شکل	رقبہ	احاطہ
	مستطیل	$l \times b = lb$	________
	مربع	________	4a

2. The measurements of some squares are given in the table below. However, they are incomplete. Find the missing information.

Side of a square	Area	Perimeter
15 cm	225 cm^2	
		88 cm

3. The measurements of some rectangles are given in the table below. However, they are incomplete. Find the missing information.

Length	Breadth	Area	Perimeter
20 cm	14 cm		
	12 cm		60 cm
15 cm		150 cm^2	

13.1 Area of a parallelogram

Look at the shape in Figure 1. It is a parallelogram. Now let us learn how to find its area-

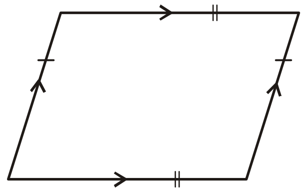


Figure 1

Activity 1

- Draw a parallelogram on a sheet of paper (Figure 2).
- Cut out the parallelogram.
- Now cut the parallelogram along the dotted line as shown in Figure 2 and separate the triangular shaped piece of paper.

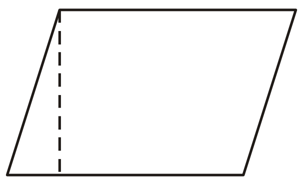


Figure 2

- Keep the triangle on the other side as shown in Figure 3 and see if both the pieces together form a rectangle.

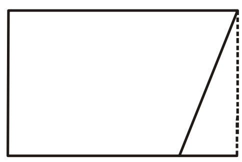


Figure 3

Can we say that the area of the parallelogram in Figure 2 equal to the area of the rectangle in Figure 3? You will find this to be true.

2. ذیل کے جدول میں چند مربعوں کی پیائش دی گئی ہیں تاہم وہ نامکمل ہیں۔نامعلوم پیائش معلوم کیجیے۔

مربع کا ضلع	رقبہ	احاطہ
15 سمر	225 مربع سمر	
		88 سمر

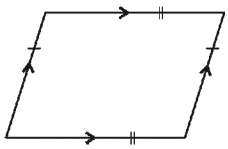
3. ذیل کے جدول میں چند مستطیل کے پیائش دیئے گئے ہیں۔تاہم وہ نامکمل ہیں نامعلوم پیائش معلوم کیجیے۔

طول	عرض	رقبہ	احاطہ
20 سمر	14 سمر		
	12 سمر		60 سمر
15 سمر		150 مربع سمر	

13.1 متوازی الاضلاع کا رقبہ

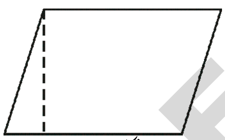
شکل 1 دیکھئے۔یہ ایک متوازی الاضلاع ہے۔اب ہم سیکھیں گے کہ اس کا رقبہ کس طرح معلوم کیا جاتا ہے۔

مشغلہ 1:-



شکل-1

☆ کاغذ پر متوازی الاضلاع اُتاریئے (شکل 2) اور متوازی الاضلاع کی شکل میں اسے کاٹئے۔



شکل-2

☆ اب متوازی الاضلاع سے نقاطی خط کے ساتھ پائے جانے والے مثلث کی شکل کے کاغذ کے ٹکڑے کو کاٹ کر علاحدہ کیجیے جیسا کہ شکل 2 میں دکھلایا گیا ہے۔

☆ علاحدہ کیے گئے مثلث کے ٹکڑے کو دوسری جانب رکھئے جیسا کہ شکل 3 میں دکھلایا گیا ہے۔اور دیکھئے آیا یہ دونوں حصے مل کر ایک مستطیل بناتے ہیں۔

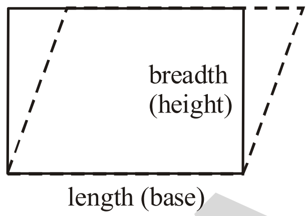
شکل-3

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ شکل 2 کے متوازی الاضلاع کا رقبہ شکل 3 کے مستطیل کے رقبہ کے مساوی ہے؟

ہاں! یہ مساوی ہوگا۔آپ دیکھیں گے۔

As you can see from the above activity the area of the parallelogram is equal to the area of the rectangle.

We know that the area of the rectangle is equal to length × breadth. We also know that the length of the rectangle is equal to the base of the parallelogram and the breadth of the rectangle is equal to its height.

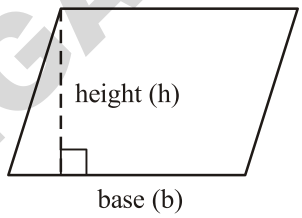


Therefore, Area of parallelogram = Area of rectangle

= length × breadth

= base × height (length = base ; breadth = height)

Thus, the area of the parallelogram is equal to the product of its base (b) and corresponding height (h) i.e., A = bh



Example 1 : Find the area of each parallelogram given in Figure 1 and Figure 2.

(i)

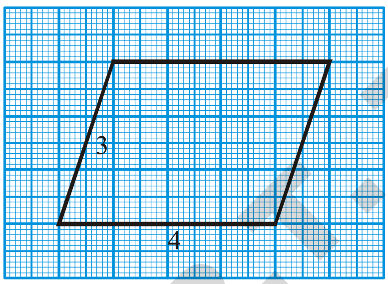


Figure 1

Solution :

Base (b) of a parallelogram = 4 units

Height (h) of a parallelogram = 3 units

Area (A) of a parallelogram = bh

Therefore, A = 4 × 3 = 12 sq. units

Thus, area of the parallelogram is 12 sq. units.

(ii)

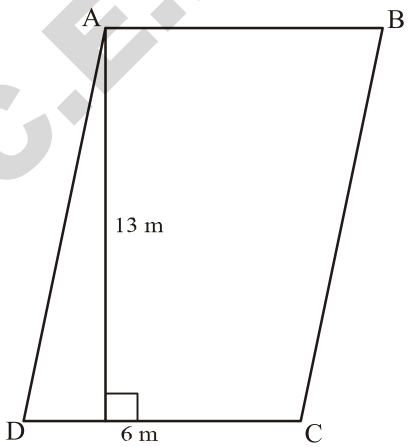


Figure 2

Solution :

Base of a parallelogram (b) = 6 m.

Height of a parallelogram (h) = 13 m.

Area of a parallelogram (A) = bh

Therefore, A = 6×13 = 78 m^2

Thus, area of parallelogram ABCD is 78 m^2

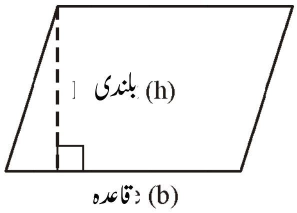
مندرجہ بالا مشغلے میں آپ نے دیکھا ہوگا کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہوتا ہے مستطیل کے رقبے کے۔

ہم جانتے ہیں کہ مستطیل کا رقبہ ''طول × عرض'' کے مساوی ہوتا ہے۔ اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ مستطیل کا طول مساوی ہوتا ہے متوازی الاضلاع کے قاعدے کے اور مستطیل کا عرض مساوی ہوتا ہے اس کی بلندی کے۔

اس طرح مستطیل کا رقبہ = متوازی الاضلاع کا رقبہ

= طول × عرض

= قاعدہ × بلندی (جہاں طول = قاعدہ، عرض = بلندی)



اس طرح متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہوتا ہے قاعدہ (b) اور بلندی (h) کے حاصل ضرب کے یعنی A=bh

مثال 1:- ذیل میں دیے گئے ہر متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) حل:-

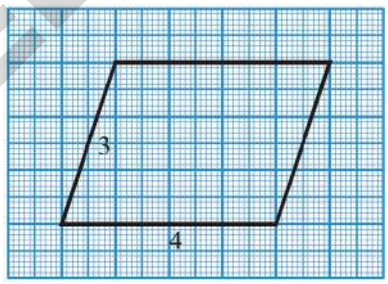


Figure 1

متوازی الاضلاع کا قاعدہ (b) = 4 اکائیاں

متوازی الاضلاع کی بلندی (h) = 3 اکائیاں

اس طرح متوازی الاضلاع کا رقبہ = bh

A = 4 x 3 = 12 مربع اکائیاں

اس طرح متوازی الاضلاع کا رقبہ 12 مربع اکائیاں ہے۔

(ii) حل:-

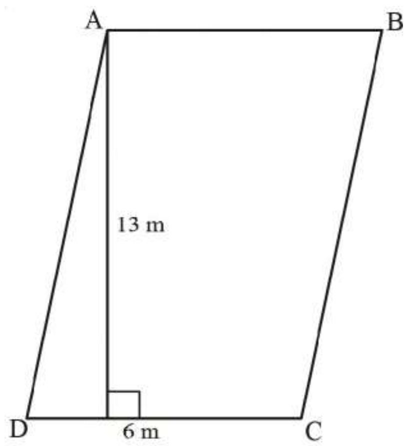


Figure 2

(b) متوازی الاضلاع کا قاعدہ = 6 میٹر

(h) متوازی الاضلاع کی بلندی = 13 میٹر

(A) متوازی الاضلاع کا رقبہ = bh

اس طرح A = 6 x 13 = 78 مربع میٹر

متوازی الاضلاع ABCD کا رقبہ 78 مربع میٹر ہے۔

Try This

ABCD is a parallelogram with sides 8 cm and 6 cm. In Figure 1, what is the base of the parallelogram? What is the height? What is the area of the parallelogram?

In Figure 2, what is the base of the parallelogram? What is the height? What is the area of the parallelogram? Is the area of Figure 1 and Figure 2 the same?

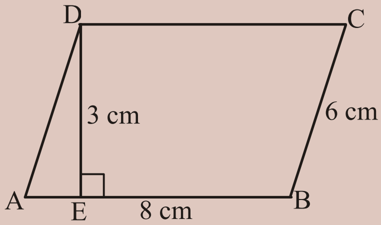


Figure 1

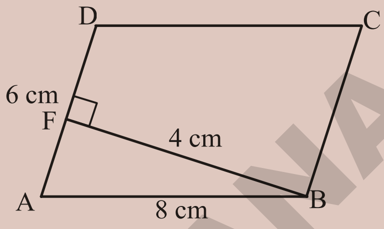
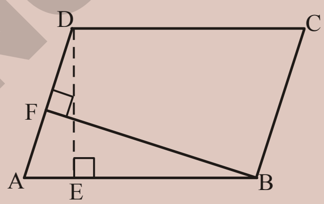


Figure 2

Any side of a parallelogram can be chosen as base of the parallelogram. In Figure 1, DE is the perpendicular falling on AB. Hence AB is the base and DE is the height of the parallelogram. In Figure 2, BF is the perpendicular falling on side AD. Hence, AD is the base and BF is the height.

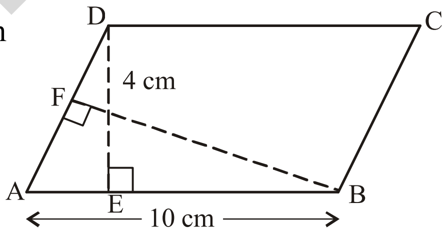


Do This

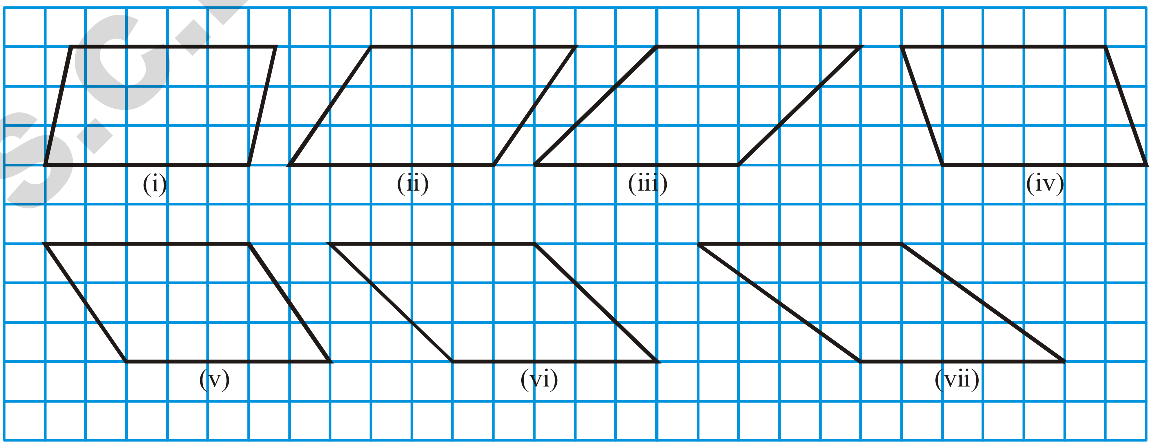
1. In parallelogram ABCD, AB = 10 cm and DE = 4 cm.

Find (i) The area of ABCD.

(ii) The length of BF, if AD = 6 cm

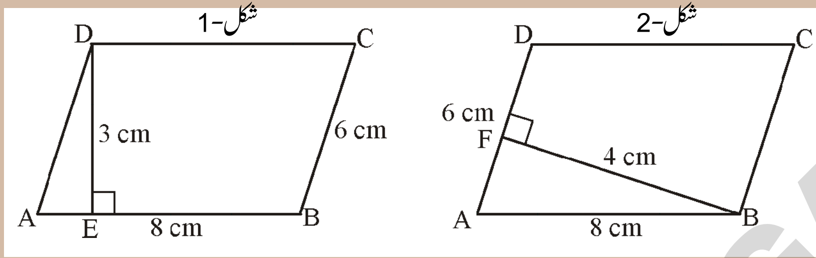


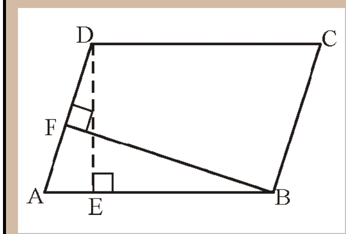
2. Carefully observe the following parallelograms.



کوشش کیجیے

متوازی الاضلاع ABCD کے اضلاع بالترتیب 8 سمر اور 6 سمر ہیں جیسا کہ شکل 1 میں دکھلایا گیا ہے۔ متوازی الاضلاع کا قاعدہ کیا ہوگا؟ بلندی کیا ہوگی؟ اور متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجیے۔ شکل 2 میں متوازی الاضلاع کا قاعدہ کیا ہوگا؟ بلندی کیا ہوگی؟ اور متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجیے۔ کیا شکل 1 اور شکل 2 کا رقبہ مساوی ہے؟

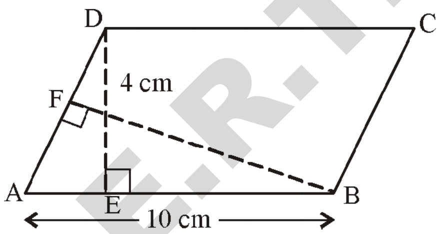




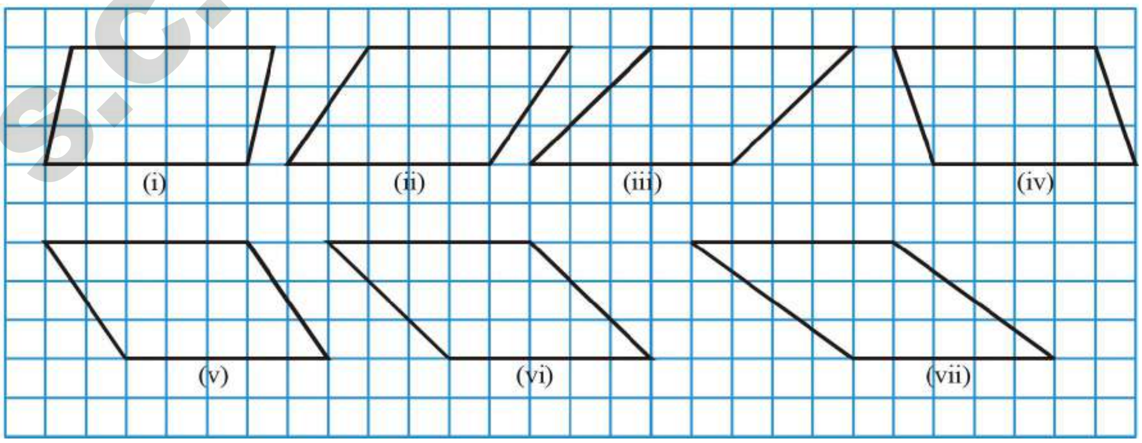
متوازی الاضلاع کے کسی بھی ضلع کو بطور قاعدہ لیا جاسکتا ہے۔ شکل 1 میں DE , AB پر گرایا گیا ایک عمود ہے ۔ اس لئے AB قاعدہ ہے اور DE متوازی الاضلاع کی بلندی ہے۔ شکل 2 میں AD, BF پر گرایا گیا عمود ہے۔ اس لئے AD قاعدہ ہے اور BF اس کی بلندی ہے۔

یہ کیجیے

1. متوازی الاضلاع ABCD میں AB = 10 سمر اور 4 سمر = DE
   (i) ABCD کا رقبہ معلوم کیجیے
   (ii) اگر 6 سمر = AD ہو تو BF کا طول معلوم کیجیے۔



2. حسب ذیل متوازی الاضلاع کا بغور جائزہ لیجیے۔



(i) Find the area of each parallelogram by counting the squares enclosed in it. For counting incomplete squares check whether two incomplete squares make a complete square in each parallelogram.

Complete the following table accordingly.

Parallelogram	Base	Height	Area	Area by counting squares		
				No. of full squares	No. of incomplete squares	Total squares (full)
(i)	5 units	3 units	$5 \times 3 = 15$ sq. units	12	6	15
(ii)						
(iii)						
(iv)						
(v)						
(vi)						
(vii)						

(ii) Do parallelograms with equal bases and equal heights have the same area?

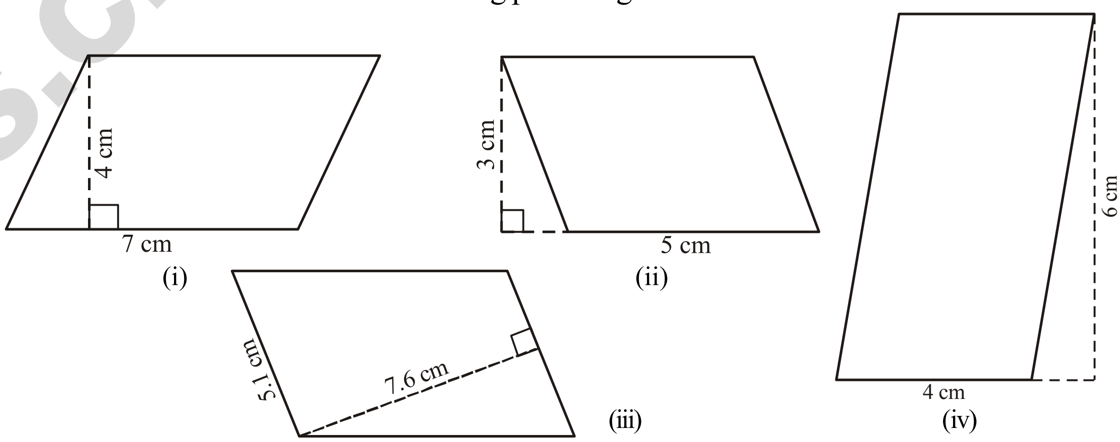
Try This

(i) Why is the formula for finding the area of a rectangle related to the formula for finding the area of a parallelogram?

(ii) Explain why a rectangle is a parallelogram but a parallelogram may not be a rectangle.

Exercise - 2

1. Find the area of each of the following parallelograms.



(i) ہر متوازی الاضلاع کے گھیرے ہوئے مکمل مربعوں کی گنتی کرتے ہوئے ان کے رقبے معلوم کیجئے آیا گنتی کے دوران ہر متوازی الاضلاع میں اگر دو نامکمل مربع (جوملکر) ایک مربع بناتے ہوں تب انہیں 1 تصور کریں۔

مندرجہ ذیل جدول کو پر کیجئے۔

متوازی الاضلاع	قاعدہ	بلندی	رقبہ	مربعوں کی تعداد کو گن کر رقبہ معلوم کرنا		
				مکمل مربعوں کی تعداد	نامکمل مربعوں کی تعداد	مکمل مربع
(i)	5 اکائیاں	3 اکائیاں	$5 \times 3 = 15$ مربع اکائیاں	12	6	15
(ii)						
(iii)						
(iv)						
(v)						
(vi)						
(vii)						

(ii) کیا متوازی الاضلاع جس کے قاعدے اور بلندیاں مساوی ہوں یکساں رقبے رکھتے ہیں۔

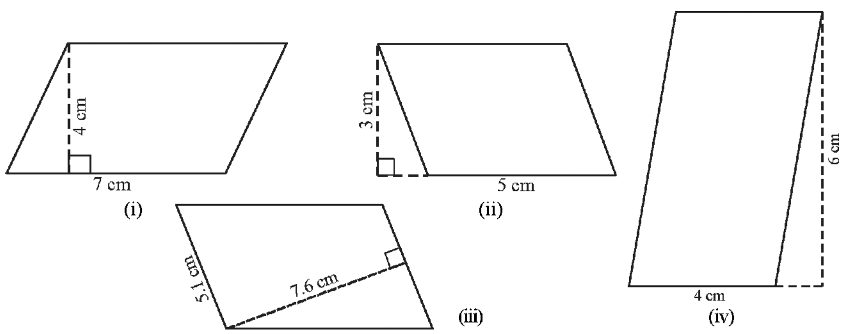
کوشش کیجئے۔

(i) ہم کیوں مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے ضابطے کو متوازی الاضلاع کے رقبہ کو معلوم کرنے کے ضابطہ سے جوڑتے ہیں؟

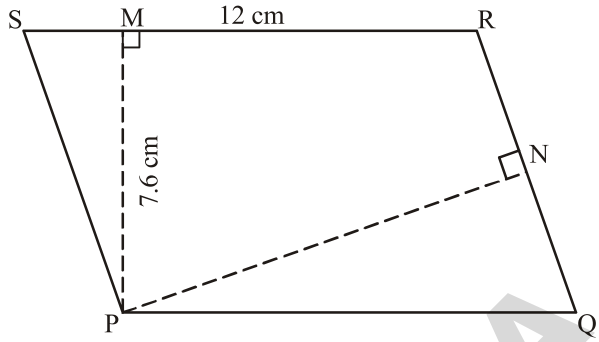
(ii) مستطیل ایک متوازی الاضلاع ہے لیکن متوازی الاضلاع ایک مستطیل نہیں ہے۔ کیوں؟ اور کس طرح سمجھایئے؟

مشق - 2

1. حسب ذیل متوازی الاضلاع کے رقبے معلوم کیجئے۔



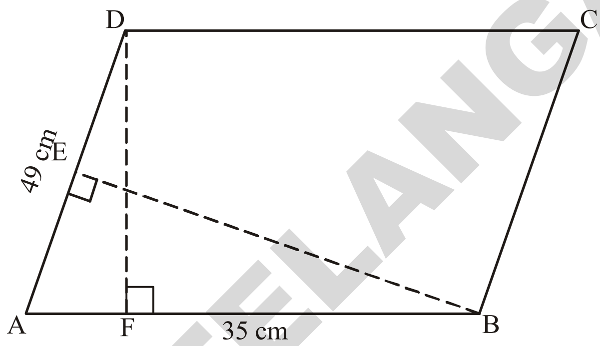
2. PQRS is a parallelogram. PM is the height from P to SR and PN is the height from P to QR . If SR = 12 cm and PM = 7.6 cm.



(i) Find the area of the parallelogram PQRS

(ii) Find PN, if QR = 8 cm.

3. DF and BE are the height on sides AB and AD respectively in parallelogram ABCD. If the area of the parallelogram is 1470 cm^2, AB = 35 cm and AD = 49 cm, find the length of BE and DF.



4. The height of a parallelogram is one third of its base. If the area of the parallelogram is 192cm^2, find its base and height.

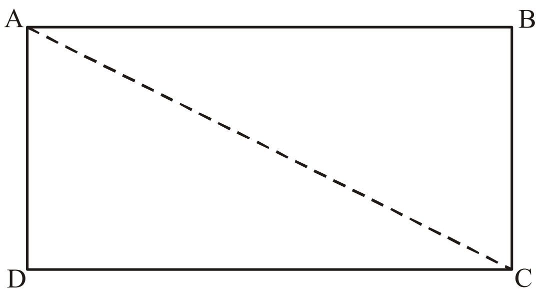
5. In a parallelogram the base and height are in the ratio of 5:2. If the area of the parallelogram is 360m^2, find its base and height.

6. A square and a parallelogram have the same area. If a side of the square is 40m and the height of the parallelogram is 20m, find the base of the parallelogram.

13.2 Area of triangle

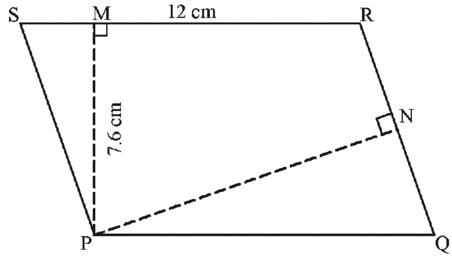
13.2.1 Triangles are parts of rectangles

Draw a rectangle on a paper. Cut the rectangle along its diagonal to get two triangles.



Superimpose one triangle over the other. Are they exactly the same in area? Can we say that the triangles are congruent?

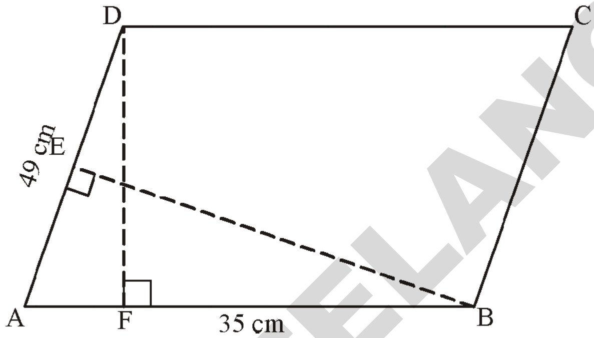
.2 PQRS ایک متوازی الاضلاع ہے PM نقطہ P سے SR تک بلندی ہے اور PN نقطہ P سے QR تک بلندی ہے۔ اگر سمر SR = 12 اور سمر PM = 7.6 تب



(i) PQRS متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔

(ii) اگر سمر QR=8 ہو تو PN معلوم کیجئے۔

.3 متوازی الاضلاع ABCD میں DF اور BE ترتیب وار ضلع AB اور AD پر بلندیاں ہیں۔ اگر متوازی الاضلاع کا رقبہ 1470 مربع میٹر ہے اور AB=35 سمر اور AD=49 سمر تو BE اور DF کا طول معلوم کیجئے۔



.4 ایک متوازی الاضلاع کی بلندی اس کے قاعدہ کا ایک تہائی ہے۔ اگر متوازی الاضلاع کا رقبہ 192 مربع سمر ہو تو اس کے قاعدے اور بلندی کو معلوم کیجئے۔

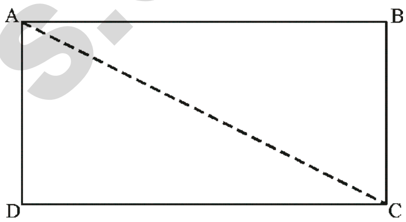
.5 ایک متوازی الاضلاع کے قاعدے اور بلندی میں 5:2 کی نسبت پائی جاتی ہے۔ اگر متوازی الاضلاع کا رقبہ 360 مربع میٹر ہو تو اس کا قاعدہ اور بلندی معلوم کیجئے۔

.6 ایک مربع اور ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہے اگر مربع کا ایک ضلع 40 میٹر اور متوازی الاضلاع کی بلندی 20 میٹر ہے تو متوازی الاضلاع کا قاعدہ معلوم کیجئے۔

13.2 مثلث کا رقبہ:

13.2.1 مثلثات، مستطیل کا حصہ ہوتے ہیں

ایک مستطیل اُتاریئے اور دو مثلث حاصل کرنے کیلئے وتر کے ساتھ اسے علاحدہ کیجئے۔



ایک مثلث کو دوسرے مثلث پر منطبق کیجئے۔ کیا دونوں بالحاظ رقبہ مساوی ہیں؟ کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں مثلثات مماثل ہوتے ہیں؟

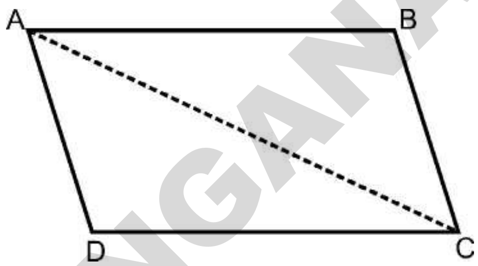
You will find that both the triangles are congruent. Thus, the area of the rectangle is equal to the sum of the area of the two triangles.

Therefore, the area of each triangle = $\frac{1}{2} \times$ (area of rectangle)

$$= \frac{1}{2} \times (l \times b) = \frac{1}{2}\, lb$$

13.2.2 Triangles are parts of parallelograms

Make a parallelogram as shown in the Figure. Cut the parallelogram along its diagonal. You will get two triangles. Superimpose one triangle over the other. Are they exactly the same size (area)?



You will find that the area of the parallelogram is equal to the area of both the triangles.

We know that area of parallelogram is equal to product of its base and height. Therefore,

Area of each triangle $= \frac{1}{2} \times$ (area of parallelogram)

Area of triangle $= \frac{1}{2} \times$ (base × height)

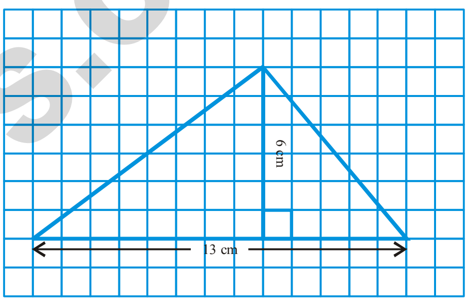
$$= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2}\, bh$$

Thus, the area of a triangle is equal to half the product of its base (b) and height (h) i.e.,

A = $\frac{1}{2}$ bh

Example 2 : Find the area of the triangle in the given figure.

Solution :



Base of triangle (b) = 13 cm

Height of triangle (h) = 6 cm

Area of a triangle (A) = $\frac{1}{2}$ (base × height) or $\frac{1}{2}\, bh$

Therefore, $A = \frac{1}{2} \times 13 \times 6$

$= 13 \times 3 = 39\ cm^2$

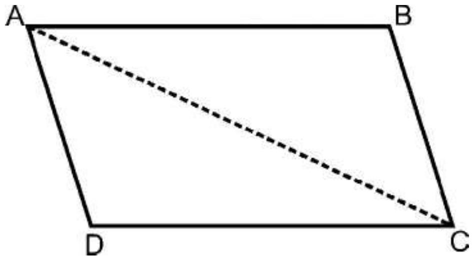
Thus the area of the triangle is $39\ cm^2$.

آپ پائیں گے کہ یہ دونوں مثلثات متماثل ہیں۔اس طرح دونوں مثلثات کے رقبہ کے مجموعہ کے مستطیل کا رقبہ مساوی ہوگا چنانچہ

$$\text{ہرایک مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times (\text{مستطیل کا رقبہ})$$

$$= \frac{1}{2} \text{ x } (l \text{ x } b) = \frac{1}{2} lb$$

13.2.2 مثلثات متوازی الاضلاع کے حصہ ہوتے ہیں



دی گئی شکل کے مطابق متوازی الاضلاع بنایئے۔وتر کے ساتھ متوازی الاضلاع کو کاٹئے۔آپ کو دو مثلثات حاصل ہوں گے۔مثلثات کو ایک دوسرے پر رکھئے۔کیا دونوں مثلثات کی جسامت (رقبہ) یکساں ہے؟ آپ جانیں گے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہوگا دونوں مثلثات کے رقبہ کے مجموعے کے،اور ہم یہ بھی جانتے ہیں کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ مساوی ہے اس کے قاعدے اور بلندی کے حاصل ضرب کے اس لیے

$$\text{ہر مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times (\text{متوازی الاضلاع کا رقبہ})$$

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} (\text{قاعدہ} \times \text{بلندی})$$

$$= \frac{1}{2} \text{ x } b \text{ x } h = \frac{1}{2} bh$$

اس طرح

مثلث کا رقبہ قاعدے (b) اور بلندی (h) کے حاصل ضرب کے نصف کے مساوی ہوتا ہے۔ یعنی $A = \frac{1}{2} bh$

مثال 2:-دی گئی شکل میں مثلث کے رقبہ کو معلوم کیجئے

حل:-

(b) مثلث کا قاعدہ = 13 سمر

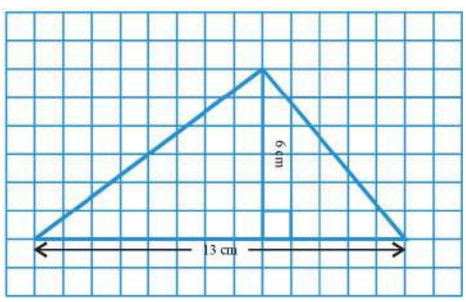
(h) مثلث کی بلندی = 6 سمر

مثلث کا رقبہ $A = \frac{1}{2}$ (قاعدہ × بلندی) یا $\frac{1}{2} bh$

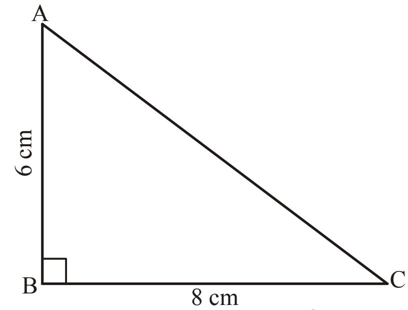
اس طرح $A = \frac{1}{2} \text{ x } 13 \text{ x} 6$

$13 \text{ x } 3 =$ 39 مربع سمر

لہٰذا مثلث کا رقبہ 39 مربع سمر ہے



Example 3 : Find the area of ΔABC.



Solution: Base of the triangle (b) $= 8$ cm

Height of the triangle (h) $= 6$ cm

Area of the triangle (A) $= \frac{1}{2}$ bh

Therefore, $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24\ cm^2$

Thus, the area of $\Delta ABC = 24\ cm^2$

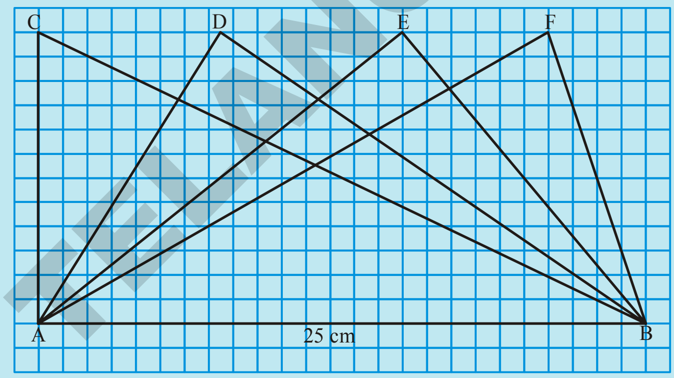
Notice that in a right angle triangle two of its sides can be the height.

Try This

In Figure all the triangles are on the base AB = 25 cm. Is the height of each of the triangles drawn on base AB, the same?

Will all the triangles have equal area? Give reasons to support your answer.

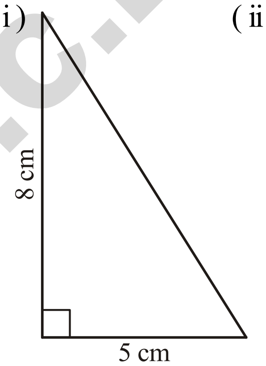
Are the triangles congruent also?



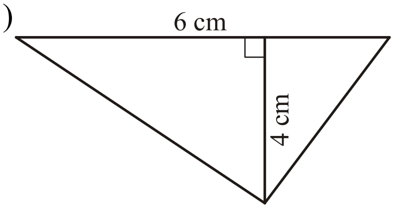
Exercise - 3

1. Find the area of each of the following triangles.

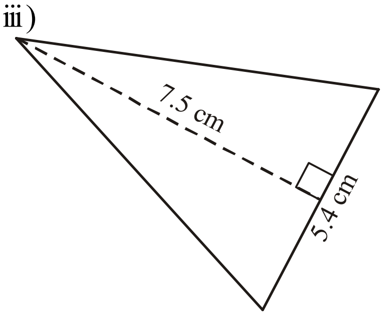
(i)



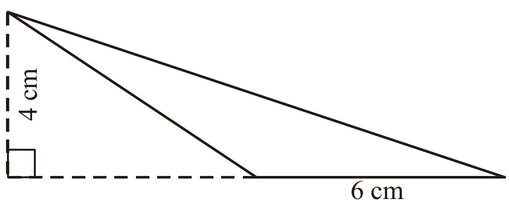
(ii)

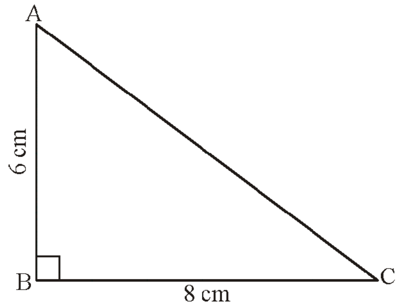


(iii)



(iv)





مثال 3:- ΔABC کا رقبہ معلوم کیجئے۔

مثلث کا قاعدہ (b) = 8 سمر

مثلث کی بلندی (h) = 6 سمر

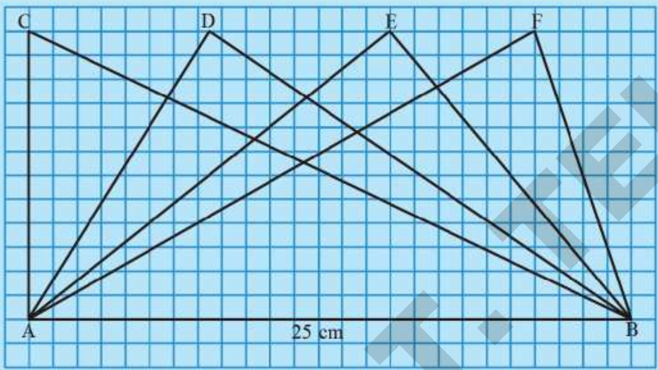
مثلث کا رقبہ (A) = $\frac{1}{2}$ bh

اس لیے $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 6$

24 مربع سمر

لہٰذا ΔABC کا رقبہ 24 مربع سمر ہے۔

یاد رکھیے کہ قائمۃ الزاویہ مثلث کے دونوں ضلعوں کو بطور بلندی لیا جاسکتا ہے۔

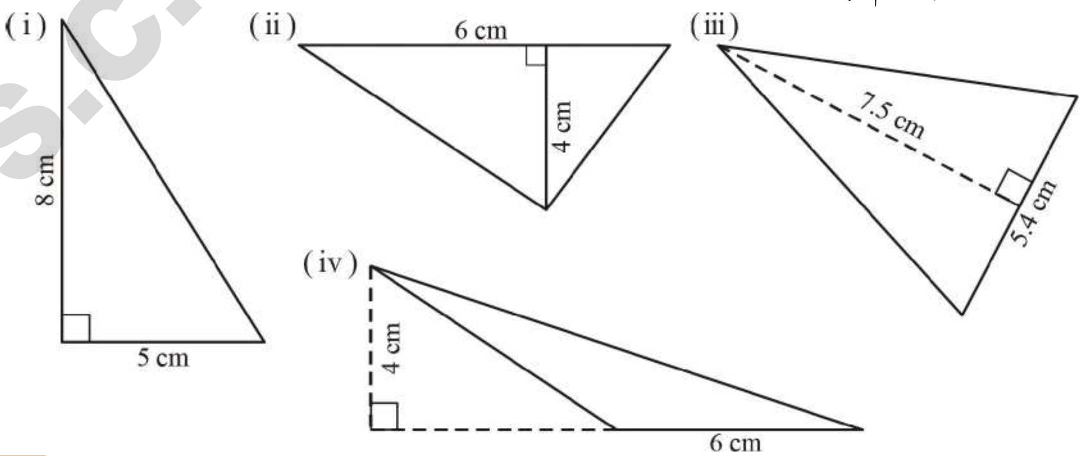


کوشش کیجئے

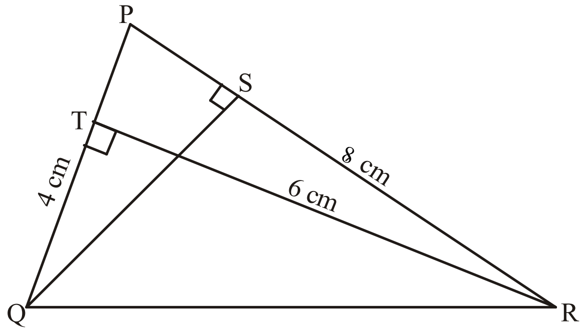
شکل میں تمام مثلثات کا قاعدہ AB=25 سمر کیا AB کو قاعدہ مان کر کھینچے گئے تمام مثلثات کی بلندی مساوی ہے؟
کیا تمام مثلثات مساوی رقبے رکھتے ہیں؟ اپنے جواب کی تائید کے لئے وجوہات بتلایئے۔ کیا تمام مثلثات متماثل بھی ہیں

مشق - 3

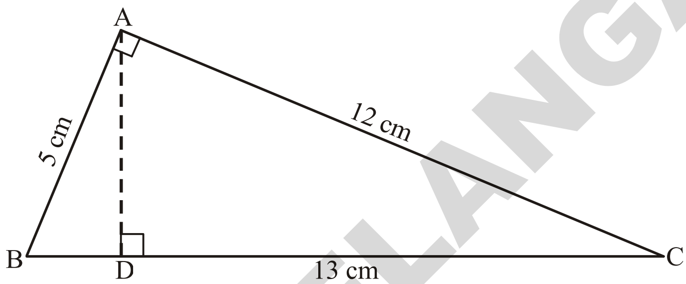
1. ہر مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے۔



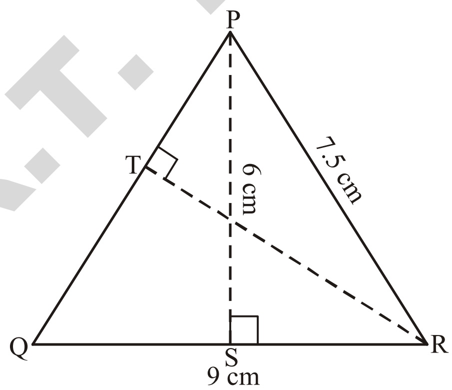
2. In ΔPQR, PQ = 4 cm, PR = 8 cm and RT = 6 cm. Find (i) the area of ΔPQR (ii) the length of QS.



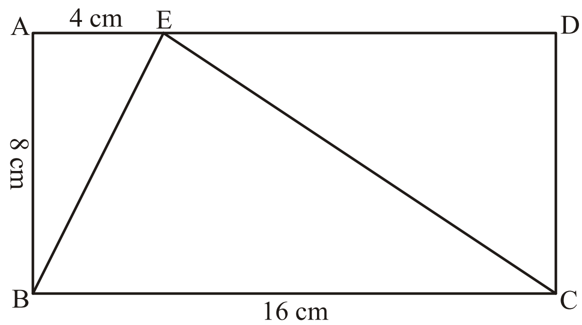
3. ΔABC is right-angled at A. AD is perpendicular to BC, AB = 5 cm, BC = 13 cm and AC = 12 cm. Find the area of ΔABC. Also, find the length of AD.



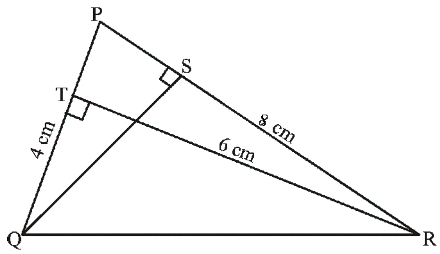
4. ΔPQR is isosceles with PQ = PR = 7.5 cm and QR = 9 cm. The height PS from P to QR, is 6 cm. Find the area of ΔPQR and length of RT.



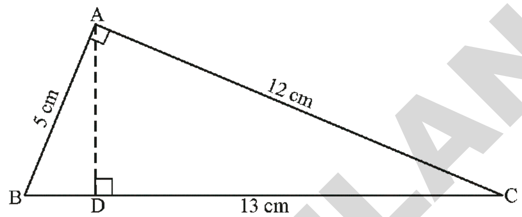
5. ABCD rectangle with AB = 8 cm, BC = 16 cm and AE = 4 cm. Find the area of ΔBCE. Is the area of ΔBEC equal to the sum of the area of ΔBAE and ΔCDE? Why?



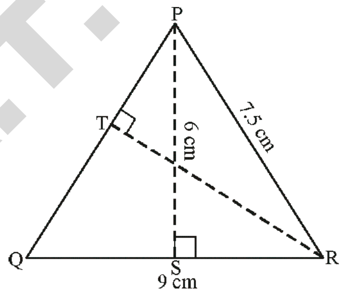
.2 ΔPQR میں PQ = 4 سمر، PR = 8 سمر اور RT = 6 سمر ہے۔ تو (i) ΔPQR کا رقبہ معلوم کیجیے (ii) QS کا طول معلوم کیجیے



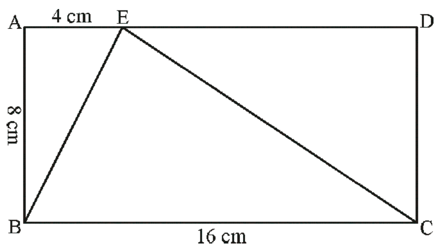
.3 ΔPQR نقطہ A پر زاویہ قائمہ بناتا ہے جب کہ AD ضلع BC پر عموددار ہے اگر AB=5 سمر، BC=13 سمر، اور AC=12 سمر ہے تو ΔABC کا رقبہ معلوم کیجیے اور AD کا طول معلوم کیجیے۔



.4 ΔPQR مساوی الساقین ہے جس کے مقابل کے اضلاع PQ=PR=7.5 سمر اور QR=9 سمر ہے۔ نقطہ P سے QR تک PS کی بلندی 6 سمر ہے تو ΔPQR کا رقبہ اور RT کی بلندی معلوم کیجیے۔

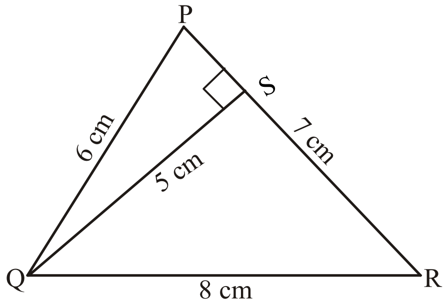


.5 ABCD مستطیل کے اضلاع کا طول AB=8 سمر، BC=16 سمر اور AC=4 سمر، ΔBCE کا رقبہ معلوم کیجیے کیا ΔBCE کا رقبہ ΔBAE اور ΔCDE کے مجموعی رقبہ کے مساوی ہوگا۔ کیوں؟



6. Ramu says that the area of ΔPQR is, $A = \frac{1}{2} \times 7 \times 5\ cm^2$

Gopi says that it is, $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 5\ cm^2$. Who is correct? Why?

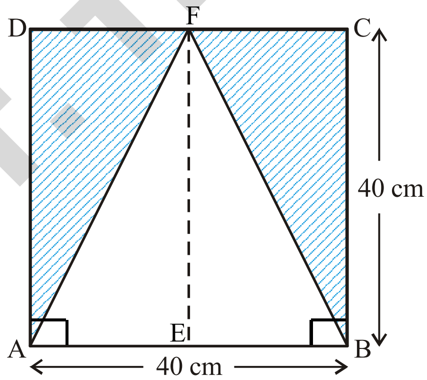


7. Find the base of a triangle whose area is 220 cm^2 and height is 11cm.

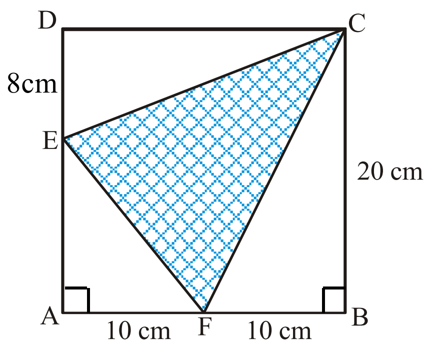
8. In a triangle the height is double the base and the area is 400 cm^2. Find the length of the base and height.

9. The area of triangle is equal to the area of a rectangle whose length and breadth are 20 cm and 15 cm respectively. Calculate the height of the triangle if its base measures 30 cm.

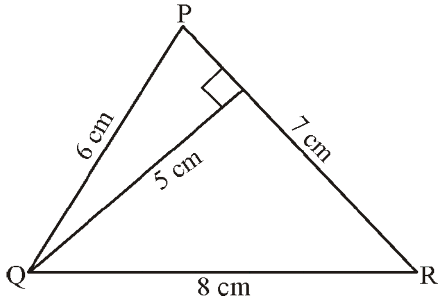
10. In Figure ABCD find the area of the shaded region ($\overline{DF} = \overline{CF}$).



11. In Figure ABCD, find the area of the shaded region.



6. رانی کہتی ہے کہ ΔPQR کا رقبہ $A = \frac{1}{2} \times 7 \times 5\ cm^2$ ہوتا ہے۔ جب کہ عبداللہ کہتا ہے کہ مثلث کا رقبہ $A = \frac{1}{2} \times 8 \times 5\ cm^2$ ہے دونوں میں کون صحیح کہہ رہے ہیں اور کیوں؟

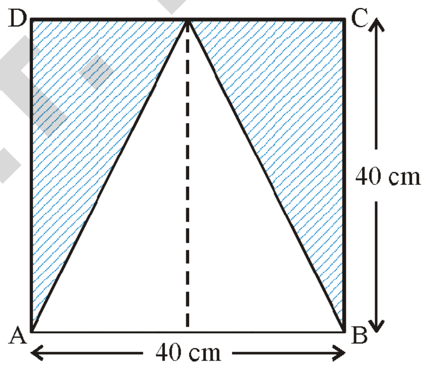


7. مثلث کے قاعدے کو معلوم کیجئے جب کہ اُس کا رقبہ 220 مربع سمر ہے اور اسکی بلندی 11 سمر ہے۔

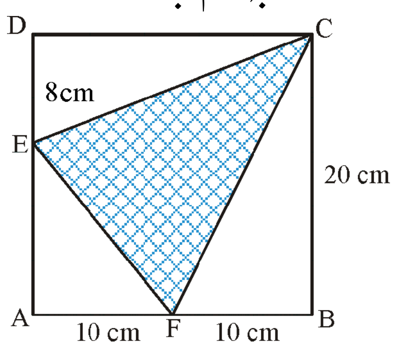
8. ایک مثلث کی بلندی قاعدے سے دوگنی ہے اور اس کا رقبہ 400 مربع سمر ہے تو مثلث کے قاعدے کا طول اور بلندی معلوم کیجئے۔

9. ایک مثلث کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کے مساوی ہے۔ جس کے طول اور عرض ترتیب وار 20 سمر اور 15 سمر ہے۔ اگر مثلث کا قاعدہ 30 سمر ہو تو مثلث کی بلندی معلوم کیجئے۔

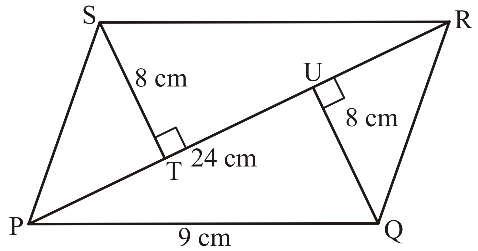
10. شکل ABCD میں سایہ دار حصے کا رقبہ معلوم کیجئے۔ $\left(\overline{DF} = \overline{CF}\right)$



11. شکل ABCD میں سایہ کئے ہوئے حصے کا رقبہ معلوم کیجئے



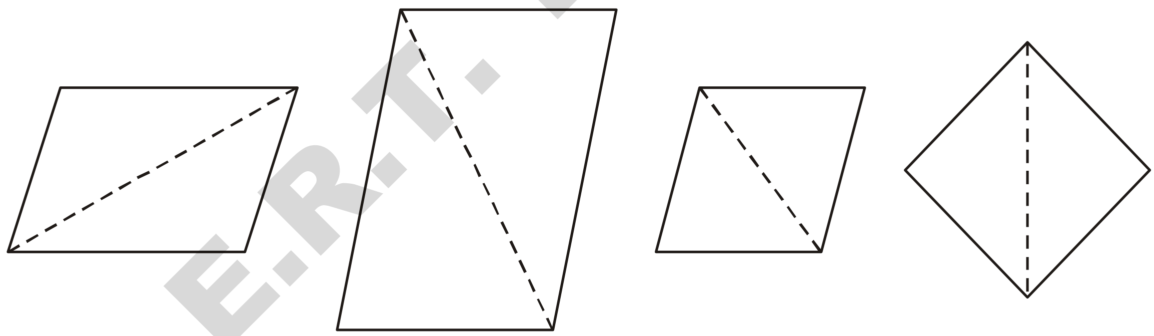
12. Find the area of a parallelogram PQRS, if PR = 24 cm and QU = ST = 8 cm.



13. The base and height of the triangle are in the ratio 3:2 and its area is 108 cm^2. Find its base and height.

13.3 Area of a rhombus

Santosh and Akhila are good friends. They are fond of playing with paper cut-outs. One day, Santosh gave different triangle shapes to Akhila. From these she made different shapes of parallelograms. These parellelograms are given below-



Santosh asked Akhila, 'which parallelograms has 4 equal sides?"

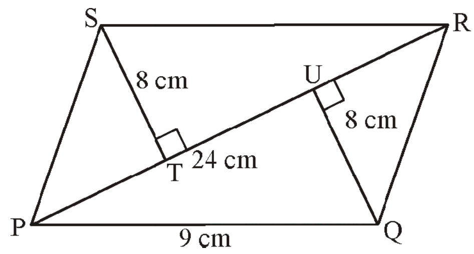
Akhila said, 'the last two have equal sides."

Santhosh said, **'If all the sides of a parallelogram are equal, it is called a Rhombus.'**

Now let us learn how to calculate the area of a Rhombus.

Like in the case of a parallelogram and triangle, we can use the method of splitting into congruent triangles to find the area of a rhombus.

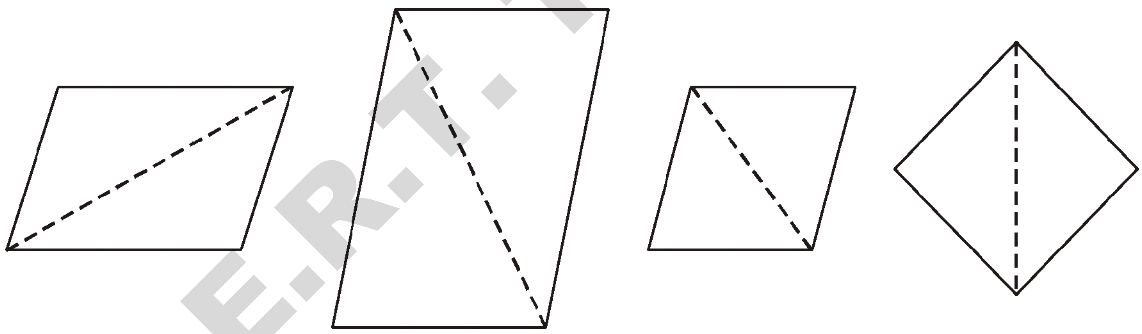
12. متوازی الاضلاع PQRS کا رقبہ معلوم کیجئے جب کہ 24 سمر = PR اور 8 سمر = QU = ST



13. مثلث کے قاعدے اور بلندی کے طول کے درمیان 3:2 کی نسبت ہے۔ اور اس کا رقبہ 108 مربع سمر ہے۔ تو اس کے قاعدے اور بلندی کو معلوم کیجئے۔

13.3 معین کا رقبہ

ریاض اور زیبا دونوں اچھے دوست ہیں۔ وہ کاغذ کے مختلف اشکال کاٹ کر ان سے کھیل رہے ہیں۔ ایک دن ریاض نے زیبا کو مختلف مثلث کے اشکال دیئے زیبا نے ان مثلثات سے مختلف قسم کے متوازی الاضلاع بنائے۔ ان متوازی الاضلاع کو ذیل میں دکھلایا گیا ہے۔



ریاض نے زیبا سے پوچھا کہ کس متوازی الاضلاع کے 4 اضلاع مساوی ہیں؟

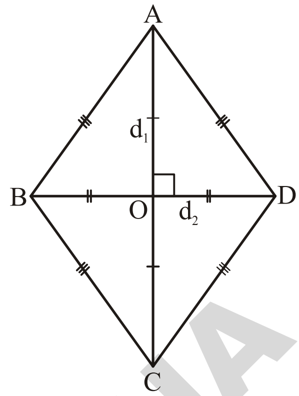
زیبا نے کہا آخری دو اشکال کے اضلاع مساوی ہیں

تب ریاض نے بتلایا **”اگر کسی متوازی الاضلاع کے چار ضلع مساوی ہوتے ہوں تو ایسی شکل کو معین کہتے ہیں۔“**

تو آیئے معین کا رقبہ معلوم کرنے کے طریقہ کو سیکھیں گے۔

متوازی الاضلاع اور مثلثات کی طرح ہم معین کو بھی دو متماثل مثلثات میں تقسیم کرتے ہوئے رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔

ABCD is a rhombus.



Area of rhombus ABCD $= (\text{area of } \Delta ACD) + (\text{area of } \Delta ACB)$

$$= \left(\frac{1}{2} \times AC \times OD\right) + \left(\frac{1}{2} \times AC \times OB\right)$$

diagonals bisect perpendicularly

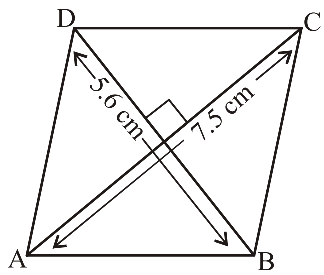
$$= \frac{1}{2} AC \times (OD + OB)$$

$$= \frac{1}{2} AC \times BD$$

$$= \frac{1}{2} d_1 \times d_2 \quad (\text{as } AC = d_1 \text{ and } BD = d_2)$$

In other words, the area of a rhombus is equal to half the product of its diagonals i.e.,

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2}\, d_1 d_2$$



Example 4 : Find the area of rhombus ABCD

Solution : Length of the diagonal (d_1) $= 7.5$ cm

Length of the other diagonal (d_2) $= 5.6$ cm

Area of the rhombus (A) $= \frac{1}{2}\, d_1\, d_2$

Therefore, $\quad A = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 5.6 = 21 \text{ cm}^2$

Thus, area of rhombus ABCD $= 21 \text{ cm}^2$

Example 5 : The area of a rhombus is 60 cm² and one of its diagonals is 8 cm. Find the other diagonal.

Solution : Length of one diagonal (d_1) $= 8$ cm

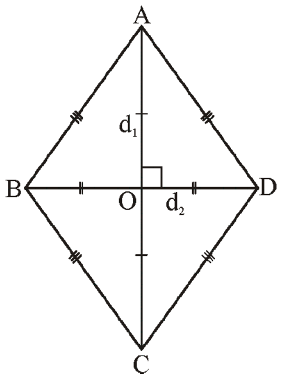
Length of the other diagonal $= d_2$

Area of rhombus $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

Therefore, $\quad 60 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$

$d_2 = 15$ cm.

Thus, length of the other diagonal is 15 cm.



ABCD ایک معین ہے

معین ABCD کا رقبہ = (ΔACD کا رقبہ) + (ΔABC کا رقبہ)

$$=\left[\frac{1}{2}\times AC\times OD\right]+\left[\frac{1}{2}\times AC\times OB\right]$$

وتر ایک دوسرے کو عموداً قطع کرتے ہیں

$$=\frac{1}{2}AC\times(OD+OB)$$

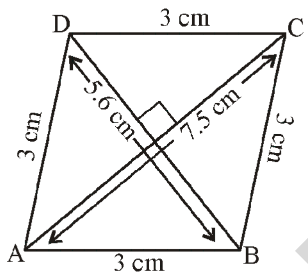
$$=\frac{1}{2}AC\times BD$$

$$=\frac{1}{2}d_1\times d_2$$

جہاں $AC = d_1$ اور $BD = d_2$

دوسرے لفظوں میں معین کا رقبہ وتروں کے حاصل ضرب کا نصف ہوتا ہے۔ یعنی $A=\frac{1}{2}d_1d_2$

مثال 4:- معین ABCD کا رقبہ معلوم کیجیے؟



حل:- وتر کا طول (d_1) = 7.5 سم

دوسرے وتر کا طول (d_2) = 5.6 سم

معین کا رقبہ $A=\frac{1}{2}d_1d_2$

اس لئے $A=\frac{1}{2}\times 7.5\times 5.6 =$ 21 مربع سم

لہٰذا معین ABCD کا رقبہ 21 مربع سم ہے۔

مثال 5:- ایک معین کا رقبہ 60 مربع سم ہے اور اس کے ایک وتر کا طول 8 سم ہے تو دوسرے وتر کا طول معلوم کیجیے۔

حل:- وتر کا طول (d_1) = 8 سم

معین کا رقبہ $A=\frac{1}{2}d_1d_2$

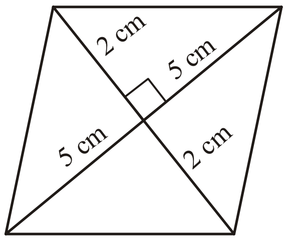
$$60=\frac{1}{2}\times 8\times d_2$$

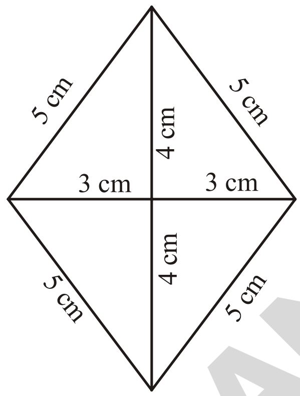
d_2 = 15 سم

لہٰذا دوسرے وتر کا طول 15 سم ہے۔

Exercise 4

1. Find the area of the following rhombuses.





2. Find the missing values.

Diagonal-1 (d_1)	Diagonal-2 (d_2)	Area of rhombus
12 cm	16 cm	
27 mm		2025 mm^2
24 m	57.6 m	

3. If length of diagonal of a rhombus whose area 216 sq. cm. is 24 cm. Then find the length of second diagonal.

4. The floor of a building consists of 3000 tiles which are rhombus shaped. The diagonals of each of the tiles are 45 cm and 30 cm. Find the total cost of polishing the floor tiles, if cost per m^2 is ₹ 2.50.

13.4 Circumference of a circle

Nazia is playing with a cycle tyre. She is rotating the tyre with a stick and running along with it.

What is the distance covered by tyre in one rotation?

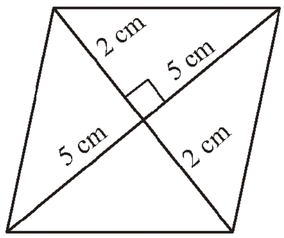
The distance covered by the tyre in one rotation is equal to the length around the wheel. The length around the tyre is also called the circumference of the tyre .

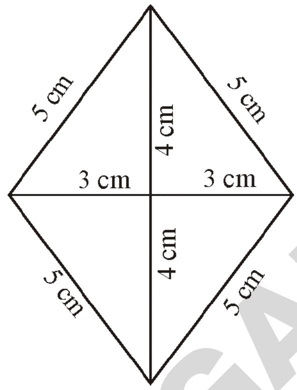
What is the relation between the total distance covered by the tyre and number of rotations?

Total distance covered by the tyre = number of rotations × length around the tyre.

مشق - 4

1. دیئے گئے معین کا رقبہ معلوم کیجئے۔





2. غائب شدہ قدروں کو درج کیجئے۔

معین کا رقبہ	وتر d_2 (2)	وتر d_1 (1)
	16 سمر	12 سمر
2025 مربع سمر		27 سمر
	57.6 میٹر	24 میٹر

3. معین کے ایک وتر کا طول 24 سمر ہے اور اس کا رقبہ 216 مربع سمر ہے تو اس کے دوسرے وتر کا طول معلوم کیجئے۔

4. ایک عمارت کے فرش پر معین نما شکل کے 3000 ٹائلس بچھائے گئے ہیں۔ ہر ٹائیل کا وتر بالترتیب 45 سمر اور 30 سمر ہے تو فرش کو پالش کرنے کے لئے بحساب Rs. 2.50 فی مربع میٹر کیا خرچ آئے گا معلوم کیجئے۔

13.4 دائرے کا محیط

نازیہ سائیکل کے ٹائر سے کھیل رہی ہے وہ ٹائر کو لکڑی کی مدد سے گردش دے رہی ہے اور اس کے ساتھ خود بھی دوڑ رہی ہے۔

ٹائر کی ایک گردش مکمل ہونے پر کتنا فاصلہ طئے ہوا ہوگا؟ ایک گردش میں ٹائر کا طے کیا ہوا فاصلہ ٹائر کے بیرونی دائروی طول کے مساوی ہوگا ٹائر کے بیرونی دائروی طول کو عام طور پر ٹائر کا محیط کہتے ہیں۔

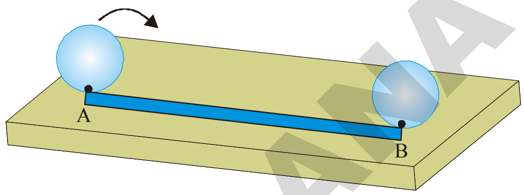
ٹائر کا جملہ طئے کردہ فاصلہ اور ٹائر کی گردشوں کی تعداد کے درمیان کیا رشتہ پایا جاتا ہے؟

ٹائر کا بیرونی دائروی طول × گردشوں کی تعداد = ٹائر کا جملہ طے کردہ فاصلہ

Activity 2

Jaya cut a circular shape from a cardboard. She wants to stick lace around the card to decorate it. Does the length of the lace required by her is equal to the circumference of the card? Can she measure the circumference of the card with the help of a ruler?

Let us see what Jaya did?



Jaya drew a line on the table and marked its starting point A. She then made a point on the edge of the card. She placed the circular card on the line, such that the point on the card coincided with point A. She then rolled the card along the line, till the point on the card touched the line again. She marked this point B. The length of line AB is the circumference of the circular card. The length of the lace required around the circular card is the distance AB.

Try This

Take a bottle cap, a bangle or any other circular object and find its circumference using a string.

It is not easy to find the circumference of every circular shape using the above method. So we need another way for doing this. Let us see if there is any relationship between the diameter and the circumference of circles.

A man made six circles of different radii with cardboard and found their circumference using a string. He also found the ratio between the circumference and diameter of each circle.

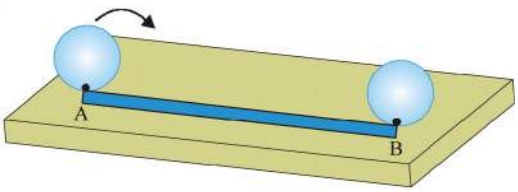
He recorded his observations in the following table-

Circle	Radius	Diameter	Circumference	Ratio of circumference and diameter
1.	3.5 cm	7.0 cm	22.0 cm	$\frac{22}{7} = 3.14$
2.	7.0 cm	14.0 cm	44.0 cm	$\frac{44}{14} = 3.14$
3.	10.5 cm	21.0 cm	66.0 cm	
4.	21.0 cm	42.0 cm	132.0 cm	
5.	5.0 cm	10.0 cm	32.0 cm	
6.	15.0cm	30.0 cm	94.0 cm	

مشغلہ 2:

نیہا ایک مقوے سے دائروی شکل کا ٹکڑا کاٹتی ہے۔ وہ اس کے اطراف سجاوٹ کی خاطر لیس لگانا چاہتی ہے۔ اُسے دائروی مقوے کے محیط کے مساوی طول والا لیس درکار ہے۔ کیا وہ محیط کی پیمائش پٹری کی مدد سے کرسکتی ہے۔

آیئے نیہا کیا کرتی ہے دیکھیں گے..!



نیہا نے میز پر ایک خط کھینچا، اس کے ابتدائی نقطہ پر A کا نشان لگایا۔ اس کے بعد مقوے کے راس پر ایسا ہی نشان لگایا۔ اب دائروی مقوے کو میز پر کھینچے گئے خط پر ایسا رکھا کہ خط کا ابتدائی نشان اور مقوے کا نشان ایک دوسرے پر منطبق ہوں۔ اب اس دائروی مقوے کو خط کے ساتھ گھماتی گئی جب تک کہ مقوے کے راس والا نشان دوبارہ خط کو چھو جائے اور اس مقام کو B سے نشاندہی کی، خط AB کا طول دائروی مقوے کا محیط ہے۔ دائروی مقوے کے لئے درکار لیس کا طول بھی AB کے فاصلہ کے مساوی ہوتا ہوگا۔

کوشش کیجئے

دھاگے کی مدد سے، بوتل کے ڈھکن، چوڑی یا کسی اور دائروی شئے کے محیط کو معلوم کیجئے۔

مندرجہ بالا طریقہ سے ہر دائروی شکل کا محیط معلوم کرنا آسان نہیں ہے۔ اس لئے ہمیں ایک دوسرے طریقہ کی ضرورت لاحق ہوتی ہے۔ آیئے دیکھیں دائرے کے قطر اور محیط کے درمیان کیا کوئی رشتہ پایا جاتا ہے۔

ایک شخص چھ مختلف نصف قطر والے مقوے سے بنے دائرے لیتا ہے اور اس کا محیط دھاگے کی مدد سے معلوم کرتا ہے، اور اُس نے ہر دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان پائی جانے والی نسبت کو بھی معلوم کرتا ہے۔

اس نے اپنے مشاہدات کو مندرجہ ذیل جدول میں درج کیا ہے۔

محیط اور قطر میں نسبت	محیط	قطر	نصف قطر	دائرہ
$\frac{22}{7} = 3.14$	22.0 سمر	7.0 سمر	3.5 سمر	1
$\frac{44}{14} = 3.14$	44.0 سمر	14.0 سمر	7.0 سمر	2
	66.0 سمر	21.0 سمر	10.5 سمر	3
	132.0 سمر	42.0 سمر	21.0 سمر	4
	32.0 سمر	10.0 سمر	5.0 سمر	5
	94.0 سمر	30.0 سمر	15.0 سمر	6

What can you infer from the above table? Is the ratio between the circumference and the diameter of each circle approximately the same? Can we say that the circumference of a circle is always about three times its diameter?

The approximate value of the ratio of the circumference to the diameter of a circle is $\frac{22}{7}$ or 3.14.

Thus it is a constant and is denoted by π (pi).

Therefore, $\frac{c}{d} = \pi$ where 'c' is the circumference of the circle and 'd' its diameter.

Since, $\frac{c}{d} = \pi$

$c = \pi d$

Since, diameter of a circle is twice the radius i.e. $d = 2r$ (r = radius)

$c = \pi \times 2r$ or $c = 2\pi r$

Thus, circumference of a circle, $c = \pi d$ or $2\pi r$

Example 6 : Find the circumference of a circle with diameter 10 cm. (Take $\pi = 3.14$)

Solution : Diameter of the circle (d) = 10 cm.

Circumference of circle (c) $= \pi d$

$= 3.14 \times 10$

$c = 31.4$ cm

Thus, the circumference of the circle is 31.4 cm.

Example 7 : Find the circumference of a circle with radius 14 cm. (Take $\pi = \frac{22}{7}$)

Solution : Radius of the circle (r) = 14 cm

Circumference of a circle (c) $= 2\pi r$

Therefore, $c = 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

$c = 88$ cm

Thus, the circumference of the circle is 88 cm.

مندرجہ بالا جدول سے آپ کیا اندازہ لگا سکتے ہیں؟ کیا ہر دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان تقریباً ایک جیسی نسبت ہوتی ہے؟ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ دائرے کا محیط ہمیشہ تقریباً دائرے کے قطر کا تین گنا ہوتا ہے۔

کسی دائرے کے محیط اور قطر کے درمیان پائی جانے والی نسبت کی تخمینی قدر $\frac{22}{7}$ یا 3.14 ہوتی ہے۔ یہ ہمیشہ مستقل رہتی ہے اور اس کو π پئی کی علامت سے تعبیر کرتے ہیں۔

اس لئے $\frac{c}{d}=\pi$ جہاں پر "C" دائرے کا محیط ہے اور "d" اس کا قطر ہوتا ہے۔

چونکہ $\frac{c}{d}=\pi$

$c=\pi d$

جبکہ دائرے کا قطر، نصف قطر کا دوگنا ہوتا ہے یعنی $d=2r$، (نصف قطر $=r$)

$C=\pi \times 2r$ یا $c=2\pi r$

اسی لئے دائرے کا محیط $c=\pi d$ $c=2\pi r$ ہے

مثال6:- دائرے کا محیط معلوم کیجئے جبکہ اس کا قطر 10 سمر ہو ($\pi=3.14$ لیجئے)

حل:- 10 سمر $=d$ دائرے کا قطر

$C=\pi d$ دائرے کا محیط

$=3.14 \times 10$

$C = 31.4$

جہاں دائرے کا محیط 31.4 سمر ہے

مثال7:- دائرے کا محیط معلوم کیجئے جبکہ اس کا نصف قطر 14 سمر ہو۔ (π کی قدر $\frac{22}{7}$ لیجئے)

حل:-

14 سمر	=	(r) دائرے کا نصف قطر
$2\pi r$	=	(c) دائرے کا محیط
$2 \times \frac{22}{7} \times 14$	=	چونکہ C
88 سمر	=	C

لہذا دائرے کا محیط 88 سمر ہے۔

Exercise - 5

1. Find the circumference of a circle whose radius is-

   (i) 35 cm (ii) 4.2 cm (iii) 15.4 cm

2. Find the circumference of circle whose diameter is-

   (i) 17.5 cm (ii) 5.6 cm (iii) 4.9 cm

Note : take $\pi = \frac{22}{7}$ in the above two questions.

3. (i) Taking $\pi = 3.14$, find the circumference of a circle whose radius is

   (a) 8 cm (b) 15 cm (c) 20 cm

   (ii) Calculate the radius of a circle whose circumference is 44cm?

4. If the circumference of a circle is 264 cm, find its radius. Take $\pi = \frac{22}{7}$.

5. If the circumference of a circle is 33 cm, find its diameter.

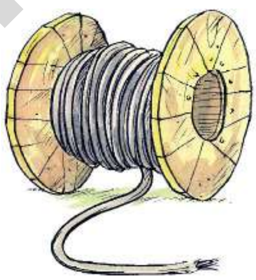
6. How many times will a wheel of radius 35cm be rotated to travel 660 cm?

(Take $\pi = \frac{22}{7}$).

7. The ratio of the diameters of two circles is 3 : 4. Find the ratio of their circumferences.

8. A road roller makes 200 rotations in covering 2200 m. Find the radius of the roller.

9. The minute hand of a circular clock is 15 cm. How far does the tip of the minute hand move in 1 hour? (Take $\pi = 3.14$)



10. A wire is bent in the form of a circle with radius 25 cm. It is straightened and made into a square. What is the length of the side of the square?

مشق - 5

1. دائرہ کا محیط معلوم کیجئے جبکہ ان کے نصف قطر یہ ہوں۔

(i) 35 سمر (ii) 4.2 سمر (iii) 15.4 سمر

2. دائرہ کا محیط معلوم کیجئے جب کہ ان کے قطر یہ ہوں۔

(i) 17.5 سمر (ii) 5.6 سمر (iii) 4.9 سمر

نوٹ:- مندرجہ بالا دونوں سوالات کے لئے π کی قدر $\frac{22}{7}$ لیجئے

3. (i) $\pi = 3.14$ لیتے ہوئے دیئے گئے دائروں کے محیط معلوم کیجئے جبکہ ان کا نصف قطر

(a) 8 سمر (b) 15 سمر (c) 20 سمر

(ii) دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجئے جس کا محیط 44 سمر ہے۔

4. $\frac{22}{7} = \pi$ کو لیتے ہوئے دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجئے جبکہ اس کا محیط 264 سمر ہے۔

5. اگر دائرہ کا محیط 33 سمر ہو تو اس کا قطر معلوم کیجئے۔

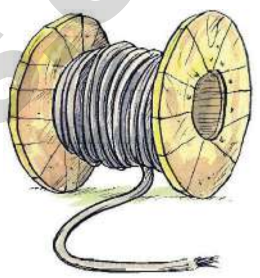
6. ایک 35 سمر نصف قطر والے پہیئے کو 660 سمر فاصلہ طے کرنے کے لئے کتنی دفعہ گردش کرنا پڑے گا $(\pi = \frac{22}{7})$

7. دو دائروں کے قطر کے درمیان 3:4 کی نسبت ہے۔ تو ان کے محیط کے درمیان پائی جانے والی نسبت معلوم کیجئے۔

8. ایک روڈ رولر 2200 میٹر فاصلہ طے کرنے کے لئے 200 گردش کرتا ہے۔ تو اس رولر کا نصف قطر معلوم کیجئے۔

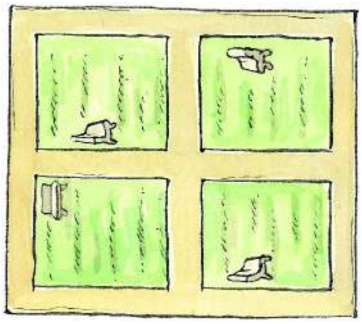
9. ایک دائروی وضع کی گھڑی میں منٹ کے کانٹے کی لمبائی 15 سمر ہے۔ بتلایئے کہ ایک گھنٹہ میں منٹ کے کانٹے کا سرا کتنا فاصلہ طے کرے گا۔

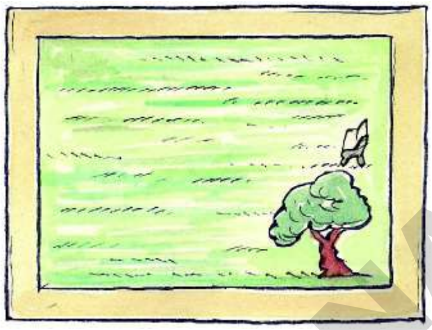
نوٹ: $\pi = 3.14$ درج کیجئے۔



10. ایک برقی تار (wire) کو دائروی شکل میں لپیٹا گیا جس کا قطر 25 سمر ہے، اگر اس تار کو ایک مربع کی شکل دی جائے تو بتلائے کہ اس مربع کے ہر ایک ضلع کی لمبائی کیا ہوگی۔

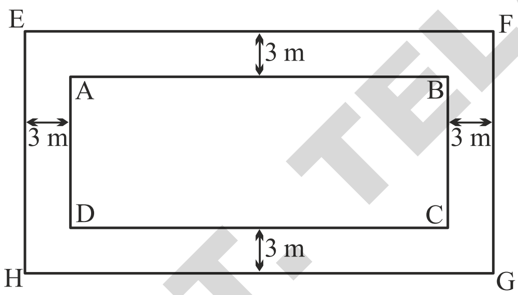
13.5 Rectangular Paths





We often come across such walking paths in garden, park and playground areas. Now we shall learn how to measure the areas of such paths as this often useful in calculating their costs of construction.

Example 8 : A plot is 60m long and 40m wide. A path 3m wide is to be constructed around the plot. Find the area of the path.



Solution : Let ABCD be the given plot. A 3m wide path is running all around it. To find the area of this path we have to subtract the area of the smaller rectangle ABCD from the area of the bigger rectangle EFGH.

Length of inner rectangle ABCD = 60m

Breadth of inner rectangle ABCD = 40m

Area of inner rectangle ABCD = $(60 \times 40)\ m^2$

= $2400\ m^2$

Width of the path = 3m

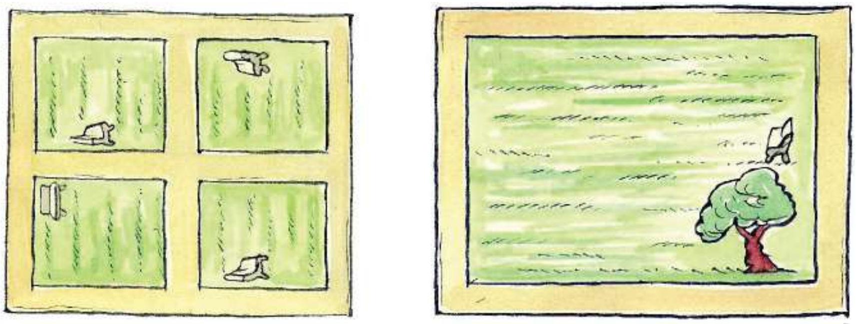
Length of outer rectangle EFGH = 60 m + (3+3) m

= 66 m

Breadth of outer rectangle EFGH = 40 m + (3+3) m

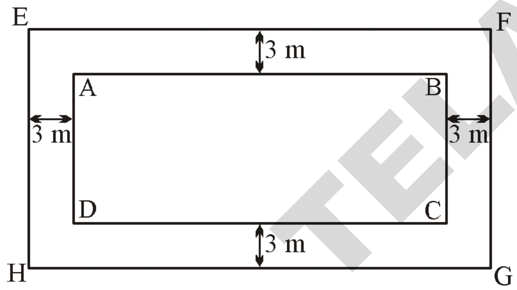
= 46 m

13.5 مستطیلی راستے



ہمیں ایسے پیدل راستے چمن کے اطراف نظر آتے ہیں۔اب ہم ان راستوں کے رقبے کس طرح معلوم کئے جاتے ہیں سیکھیں گے۔یہ ہمیں ان کی تعمیر کے لئے آنے والے خرچ کو محسوب کرنے میں معاون ثابت ہوگا۔

مثال8:- ایک پلاٹ 60 میٹر لمبا اور 40 میٹر چوڑا ہے۔پلاٹ کے اطراف 3 میٹر چوڑائی والا ایک راستہ بنایا گیا ہے۔راستہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔



حل:-

فرض کرو کہ ABCD دیا گیا پلاٹ ہے۔اسکے اطراف ایک تین میٹر چوڑائی والا راستہ ہے۔ہمیں راستہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے بڑے مستطیل EFGH کے رقبے سے چھوٹے مستطیل ABCD کا رقبہ تفریق کرنا ہوگا۔

اندرونی مستطیل ABCD کا طول = 60 میٹر

اندرونی مستطیل ABCD کا عرض = 40 میٹر

پلاٹ ABCD کا رقبہ = (40 x 60) مربع میٹر

= 2400 مربع میٹر

راستے کی چوڑائی = 3 میٹر

بیرونی مستطیل EFGH کا طول = (3+3) میٹر + 60 میٹر

= 66 میٹر

بیرونی مستطیل EFGH کا طول = (3+3) میٹر + 40 میٹر

= 46 میٹر

Area of the outer rectangle EFGH $= 66 \times 46 \text{ m}^2$

$= 3036 \text{ m}^2$

Area of the path = Area of the outer rectangle EFGH – Area of the inner rectangle ABCD

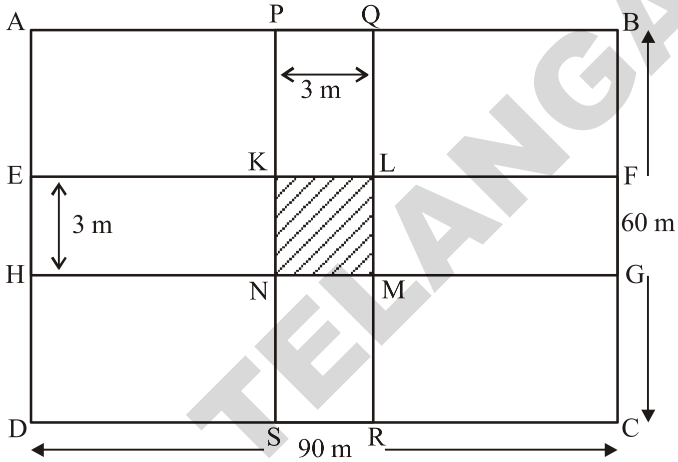
Therefore, area of the path $= (3036 - 2400) \text{ m}^2$

$= 636 \text{ m}^2$

Example 9 : The dimensions of a rectangular field are 90 m and 60 m. Two roads PQRS and EFGH are constructed such that they cut each other at the centre of the field and are parallel to its sides as shown in the figure. If the width of each road is 3 m, find-

(i) The area covered by the roads.

(ii) The cost of constructing the roads at the rate of ₹110 per m^2.



Solution : Let ABCD be the rectangular field. PQRS and EFGH are the 3m roads.

From the question we know that,

PQ = 3 m, and PS = 60 m

EH = 3 m, and EF = 90 m

KL = 3 m KN = 3 m

Here, KLMN is a square.

(i) Area of the crossroads is the area of the rectangle PQRS and the area of the rectangle EFGH. As is clear from the picture, the area of the square KLMN will be taken twice in this calculation thus needs to be subtracted once.

Area of the roads = Area of the rectangle PQRS + Area of the rectangle EFGH – Area of the square KLMN

$= (PS \times PQ) + (EF \times EH) - (KL \times KN)$

$= (60 \times 3) + (90 \times 3) - (3 \times 3)$

$= (180 + 270 - 9)$

$= 441 \text{ m}^2$

(66 x 46) مربع میٹر = بیرونی مستطیل EFGH کا رقبہ

= 3036 مربع میٹر

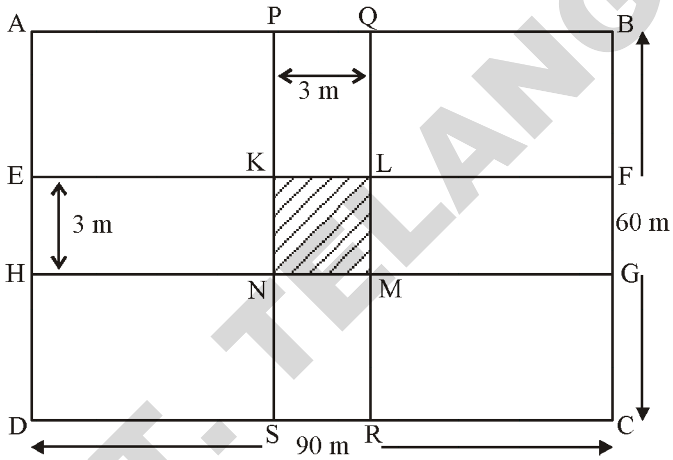
اندرونی مستطیل ABCD کا رقبہ = بیرونی مستطیل EFGH کا رقبہ = راستے کا رقبہ

(3036 - 2400) مربع میٹر = اسلئے راستے کا رقبہ

= 636 مربع میٹر

مثال 9:- ایک مستطیلی میدان کے ابعاد 90 میٹر اور 60 میٹر ہیں دو راستے PQRS اور EFGH اس طرح بنائے گئے ہیں کہ یہ دونوں میدان کے مرکز پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اور یہ راستے ضلعوں کے متوازی ہیں جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا ہے اگر راستے کی چوڑائی تین میٹر ہو تو معلوم کیجیے۔ (i) راستے کتنا رقبہ گھیریں گے

(ii) بحساب فی مربع میٹر -/Rs. 110 راستے کی تعمیر کا خرچ معلوم کیجیے۔



حل:-

فرض کرو کہ ABCD ایک مستطیلی میدان ہے اس کے اندر 3 میٹر چوڑے PQRS اور EFGH راستے موجود ہیں۔

سوال کی رو ہم جانتے ہیں کہ 60 میٹر PS= اور 3 میٹر PQ=

90 میٹر EF= اور 3 میٹر EH=

3 میٹر KN= اور 3 میٹر KL=

یہاں KLMN مربع ہے۔

(i) مطلوبہ راستوں کا رقبہ مساوی ہوتا ہے مستطیل PQRS اور مستطیل EFGH کے رقبہ کے مجموعہ کے۔ جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا ہے۔ اس میں مربع KLMN کا رقبہ دو دفعہ حساب کیا گیا ہے۔ اس لئے ہمیں چاہیئے کہ اس کے رقبہ کو ایک مرتبہ تفریق کریں۔

مربع KLMN کا رقبہ - مستطیل EFGH کا رقبہ + مستطیل PQRS کا رقبہ = راستوں کا رقبہ

= (PS x PQ) + (FH x EH) - (KL x KN)

= (60 x 3) + (90 x 3) - (3 x 3)

= (180 + 270 - 9) مربع میٹر

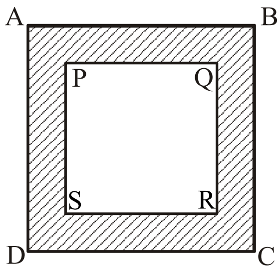
441 مربع میٹر

(ii) Cost of construction = ₹110 per m^2

Cost of constructing 441 m^2 = 110×441

Cost of constructing the roads = ₹48,510

Example 10 : A path of 5m wide runs around a square park of side 100m. Find the area of the path. Also find the cost of cementing it at the rate of ₹250 per $10m^2$



Solution : In the figure PQRS is a square park. The shaded region represents the 5m wide path.

Length of side of square PQRS = 100 m

Area of the square PQRS = $(\text{side})^2 = (100 \text{ m})^2 = 10000 \text{ m}^2$

Length of side of square ABCD = $100 + (5 + 5) = 110$ m

Area of the square ABCD = $(\text{side})^2 = (110 \text{ m})^2 = 12100 \text{ m}^2$

$\therefore$ Area of the path = Area of square ABCD $-$ Area of square PQRS

= $(12100 - 10000) = 2100 \text{ m}^2$

Cost of the cementing per 10 m^2 = ₹250

Therefore, cost of the cementing 1 m^2 = $\dfrac{250}{10}$

Thus, cost of cementing 2100 m^2 = $\dfrac{250}{10} \times 2100$ = ₹52,500

Therefore, cost of cementing is ₹52,500.

Exercise - 6

1. A path 2.5 m wide is running around a square field whose side is 45 m. Determine the area of the path.

2. The central hall of a school is 18m long and 12.5 m wide. A carpet is to be laid on the floor leaving a strip 50 cm wide near the walls, uncovered. Find the area of the carpet and also the uncovered portion?

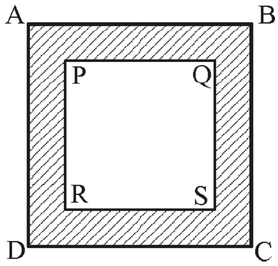
(ii) راستے کی تعمیر کا خرچ بحساب -/Rs. 110 فی مربع میٹر

100×441 = راستے کی تعمیر کا خرچ

Rs. 48510/-

مثال 10:- ایک مربعی چمن کے اطراف پانچ میٹر چوڑا راستہ بنایا گیا ہے۔ جس کا ضلع 100 میٹر ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کیجیے اور راستے کو بحساب فی 10 مربع میٹر 250 روپے سے سمنٹ کرنے کا خرچ معلوم کیجئے۔

حل:-



فرض کرو کہ PQRS ایک مربعی چمن ہے جس کا ضلع 100 میٹر ہے جہاں سایہ کیا ہوا حصہ 5 میٹر چوڑا راستہ ہے۔

100 میٹر = مربع PQRS کے ضلع کا طول

10000 مربع میٹر = $(100 \text{ میٹر})^2$ = $(\text{ضلع})^2$ = مربع PQRS کا رقبہ

100 میٹر = $(5+5)$ + 100 = مربع ABCD کے ضلع کا طول

12100 مربع میٹر = $(110)^2$ میٹر = $(\text{ضلع})^2$ = مربع ABCD کا رقبہ

مربع PQRS کا رقبہ - مربع ABCD کا رقبہ = اس طرح راستے کا رقبہ

2100 مربع میٹر = $(2100 - 10000)$ =

10 = Rs. 250/- مربع میٹر کو سمنٹ کرنے کا خرچ

$\dfrac{250}{10}$ = اس طرح فی مربع میٹر کو سمنٹ کرنے کا خرچ

$\dfrac{250}{10} \times 2100$ = اس لئے 2100 مربع میٹر کو سمنٹ کرنے کا خرچ

Rs. 52,500/-

مشق - 6

1. ایک مربعی میدان جس کا ضلع 45 میٹر ہے جس کے اطراف 2.5 میٹر چوڑا راستہ بنایا گیا ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کیجئے۔

2. ایک مدرسہ کا مرکزی ہال (Central hall) 18 میٹر لمبا اور 12.5 میٹر چوڑا ہے۔ ہال کی اندرونی دیواروں سے 50 سمر چوڑی پٹی چھوڑتے ہوئے قالین بچھائی جانے والی ہے۔ بچھائی گئی قالین کا رقبہ معلوم کیجیے اور قالین نہ بچھائے گئے حصہ کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔

3. The length of the side of a grassy square plot is 80 m. Two walking paths each 4 m wide are constructed parallel to the sides of the plot such that they cut each other at the centre of the plot. Determine the area of the paths.

4. A verandah 2 m wide is constructed all around a room of dimensions 8 m × 5 m. Find the area of the verandah

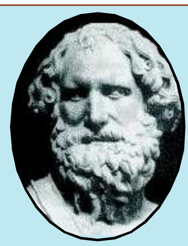
5. The length of a rectangular park is 700 m and its breadth is 300 m. Two crossroads, each of width 10 m, cut the centre of a rectangular park and are parallel to its sides. Find the area of the roads. Also, find the area of the park excluding the area of the crossroads.

Looking Back

J8K5Q1

- The area of the parallelogram (A) is equal to the product of its base (b) and corresponding height (h) i.e., A = bh (Any side of the parallelogram can be taken as the base).
- The area of a triangle (A) is equal to half the product of its base (b) and height (h) i.e., $A = \frac{1}{2}$ bh.
- The area of a rhombus (A) is equal to half the product of its diagonals i.e., $\mathbf{A} = \frac{1}{2} d_1 d_2$.
- The circumference of a circle (C) = 2 π r where r is the radius of the circle and $\pi = \frac{22}{7}$ or 3.14.

Archimedes (Greece)
287 - 212 BC
He calculated the value of π first time.
He also evolved the mathematical formulae for finding out the circumference and area of a circle.



3. گھاس کے مربعی پلاٹ کا ایک ضلع 80 میٹر ہے 4 میٹر چوڑائی والے دو متوازی راستے پلاٹ کے درمیان سے بنائے گئے ہیں۔ جو پلاٹ کے مرکز پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ راستوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

4. ایک کمرہ جس کے ابعاد 8 میٹر اور 5 میٹر ہیں اس کے اطراف 2 میٹر چوڑا، صحن تعمیر کیا گیا ہے۔ صحن کا رقبہ معلوم کیجیے؟

5. ایک مستطیلی چمن کا طول 700 میٹر اور اس کا عرض 300 میٹر ہے۔ اسکے درمیان سے 10 میٹر چوڑے دو راستے گذرتے ہیں جو مستطیلی چمن کے مرکز پر ایک دوسرے سے قطع کرتے ہیں۔ اور مستطیل کے اضلاع کے متوازی ہیں۔ راستوں کا رقبہ معلوم کیجئے۔ اور چمن کا رقبہ راستوں کے رقبہ کو منہا کرتے ہوئے معلوم کیجیے۔

ہم نے کیا سیکھا:-

☆ متوازی الاضلاع کا رقبہ قاعدہ (b) اور متناظر بلندی (h) کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔ یعنی $A=bh$
جہاں بطور قاعدہ متوازی الاضلاع کے کسی بھی ضلع کو لیا جا سکتا ہے۔

☆ مثلث کا رقبہ قاعدے (b) اور بلندی (h) کے حاصل ضرب کے نصف کے مساوی ہوتا ہے۔
یعنی $A=\frac{1}{2}bh$

☆ معین کا رقبہ اس کے وتروں کے حاصل ضرب کے نصف کے مساوی ہوتا ہے۔
یعنی $A=\frac{1}{2}d_1d_2$

دائرے کا محیط = $2\pi r$

جہاں r دائرے کا نصف قطر اور 3.14 یا $\pi=\frac{22}{7}$ ہے۔

آرشمیدس (یونانی ریاضی داں وسائنس داں)

287-212، ق.م.

نے سب سے پہلے π کی قیمت معلوم کی
دائرے کا رقبہ اور احاطہ معلوم کرنے کے لئے ضابطہ کو ترتیب دیا

UNDERSTANDING 3D AND 2D SHAPES

14

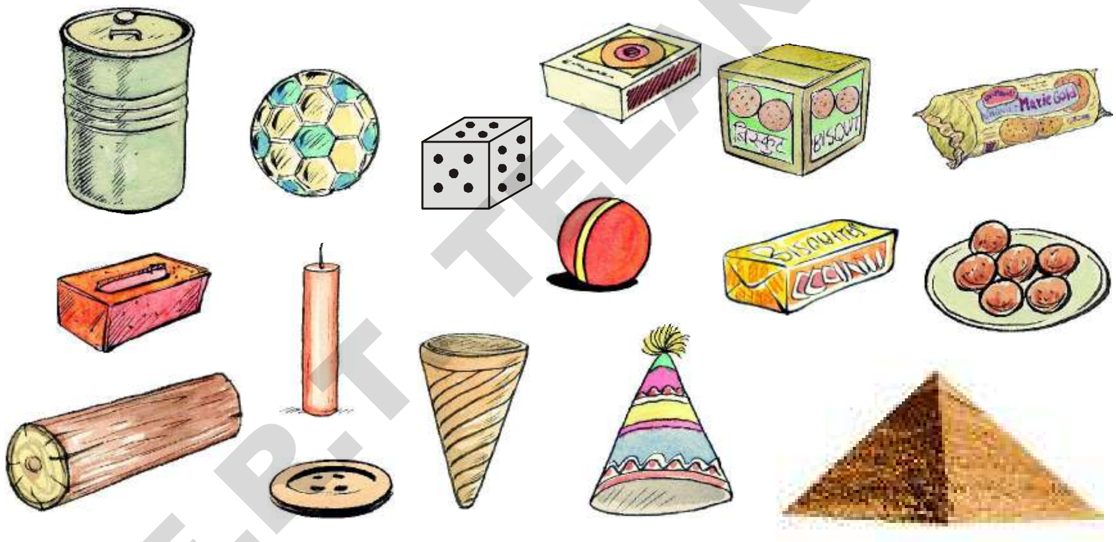
B4C1X8

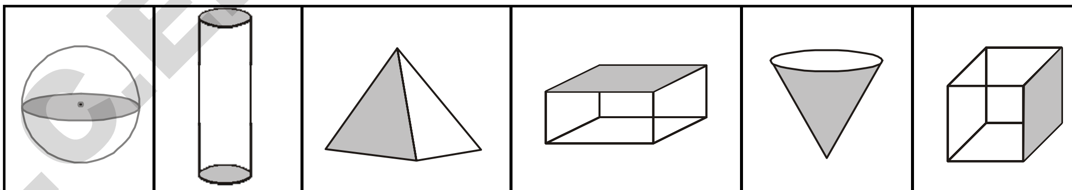
14.0 Introduction

We have been introduced to various three-dimensional shapes in class VI. We have also identified their faces, edges and vertices. Let us first review what we have learnt in class VI.

Exercise - 1

1. Given below are the pictures of some objects. Categorise and fill write their names according to their shape and fill the table with name of it.





Sphere	Cylinder	Pyramid	Cuboid	Cone	Cube

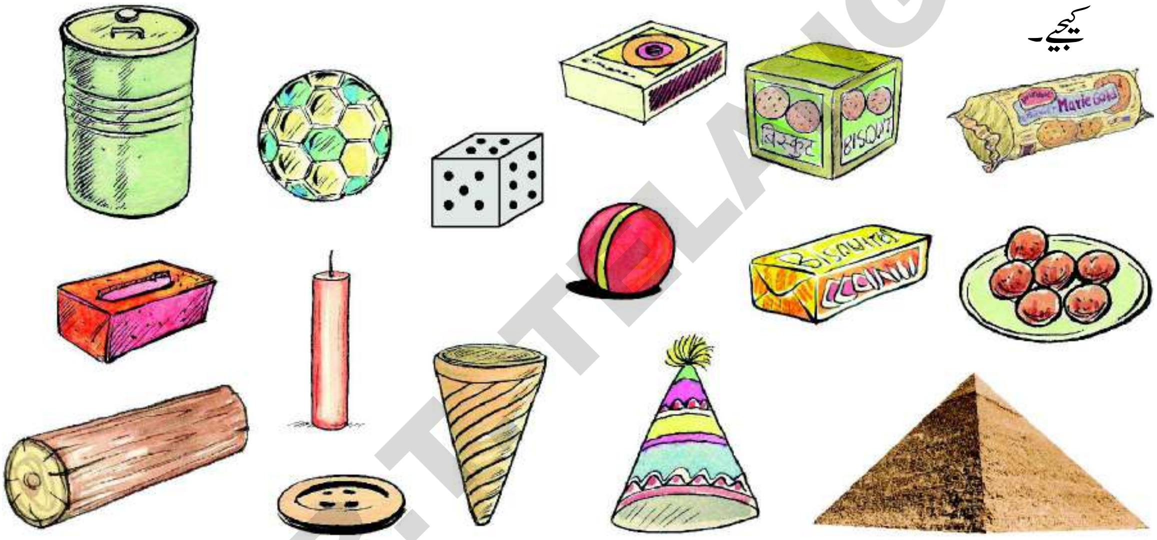
14 دوابعادی اورسہ ابعادی اشکال کی تفہیم
Understanding 3D and 2D Shapes

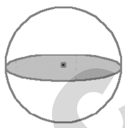
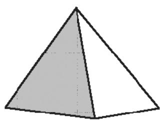
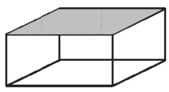
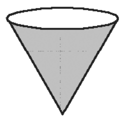
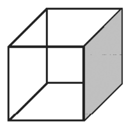
14.0 تمہید:

ہم جماعت ششم میں مختلف سہ ابعادی اشکال سے متعلق معلومات حاصل کر چکے ہیں۔اس کے رُخ کنارے اور راسوں کی بھی شناخت کر چکے ہیں۔آیئے ہم جماعت ششم میں سیکھے ہوئے نکات کا اعادہ کریں گئے۔

مشق - 1

1۔ ذیل میں چند اجسام کی اشکال دی گئی ہیں۔اشکال کی بنیاد پر ان کے نام لکھتے ہوئے درجہ بندی کیجیے،اور جدول میں درج کیجیے۔

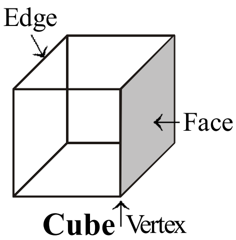
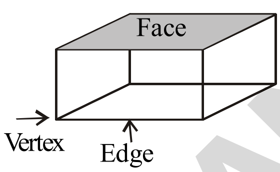
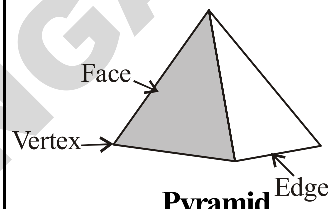


 کرہ	 استوانہ	 اہرام	 مکعب نما	 مخروط	 مکعب

2. Write names of at least 2 objects from day-to-day life, which are in the shape of the basic 3D shapes given below:

(i)	Cone	-----------	-----------	-----------	-----------
(ii)	Cube	-----------	-----------	-----------	-----------
(iii)	Cuboid	-----------	-----------	-----------	-----------
(iv)	Sphere	-----------	-----------	-----------	-----------
(v)	Cylinder	-----------	-----------	-----------	-----------

3. Identify and state the number of faces, edges and vertices of the figures given below:

	 **Cube**	 **Cuboid**	 **Pyramid**
Faces			
Edges			
Vertices			

14.1 Nets of 3-D shapes

We now visualise 3-D shapes on 2-D surfaces, that is on a plain paper. This can be done by drawing the 'nets' of the various 3-D figures.

Take a cardboard box (cartoon of tooth paste or shoes etc.,). Cut the edges to lay the box flat. You have now a net for that box. A net is a sort of skeleton-outline in 2-D (Figure 1), which, when folded (Figure 2), results in a 3-D shape (Figure 3).

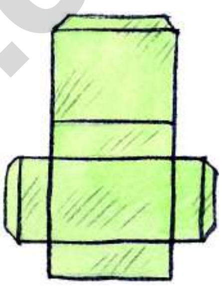


Figure 1

Figure 2

Figure 3

2۔ روزمرہ زندگی میں استعمال ہونے والے کم از کم 2 ایسے اشکال کے نام لکھیے جو بنیادی طور پر مندرجہ ذیل سہ ابعادی اشکال سے مشابہہ ہوں۔

i) مخروط ....

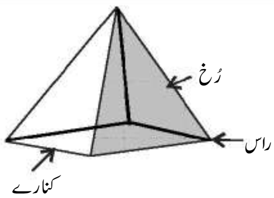
ii) مکعب ....

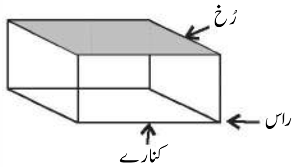
iii) مکعب نما ....

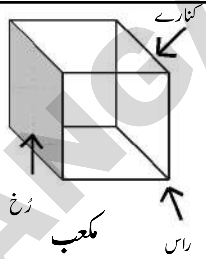
iv) کرّہ ....

v) استوانہ ....

3۔ دیئے گئے اشکال کے کنارے، راس اور رخ کی شناخت کیجیے اور بیان کیجیے۔







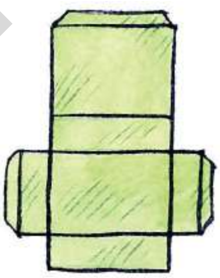
	مکعب	مکعب نما	اہرام
رُخ			
کنارے			
راس			

14.1 سہ ابعادی اشکال کے جال

اب ہم سادہ کاغذ پر دو ابعادی سطح پر موجود سہ ابعادی اشکال کو دیکھ سکیں گے۔

یہ مختلف سہ ابعادی اشکال کے جال اتارتے ہوئے تیار کیئے جاسکتے ہیں؟

ایک مقوے کا باکس (ٹوتھ پیسٹ یا جوتوں کا ڈبہ وغیرہ) لیجیے۔ اس کے کناروں کو کاٹ لیں تاکہ اسکو پھیلا سکیں۔ یہ اس بکسہ کا جال ہوگا۔ یہ جال دو ابعادی میں اس بکسہ کا ڈھانچہ ہوگا (جیسا کہ شکل (1) میں دکھایا گیا) جب اس کو موڑا جائے تب (شکل 2) یہ سہ ابعادی شکل (شکل 3) بن جائے گی۔

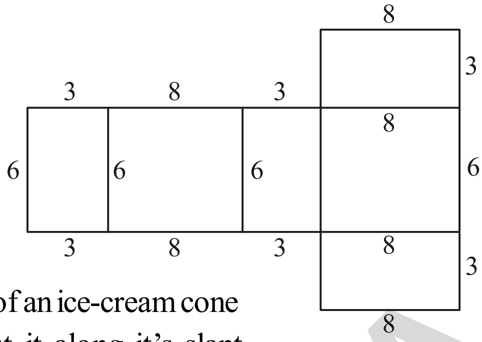


شکل-1

شکل-2

شکل-3

Here is a net pattern for a box. Trace it and paste it on a thick paper and try to make the box by suitably folding and gluing together. What is the shape of the box?



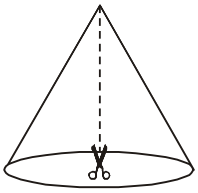


Figure 1

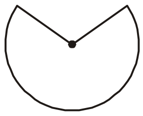


Figure 2

Similarly, take a cover of an ice-cream cone or any like shape. Cut it along it's slant surface as shown in Figure 1. You will get the net for the cone as shown in Figure 2.

Try This

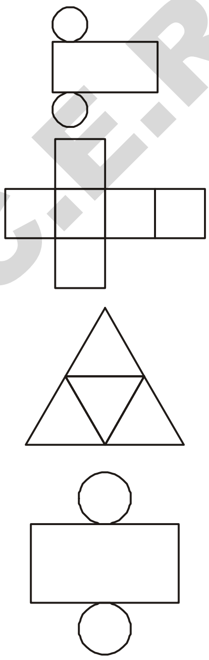
Take objects having different shapes (cylinder, cube, cuboid and cone) and cut them to get their nets with help of your teachers or friends.

You will come to know by the above activity that you have different nets for different shapes. Also, each shape can also have more than one net according to the way we cut it.

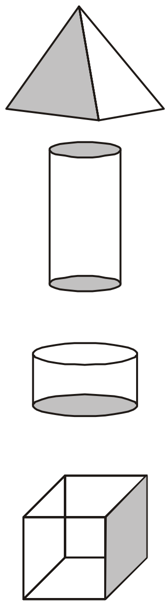
Exercise - 2

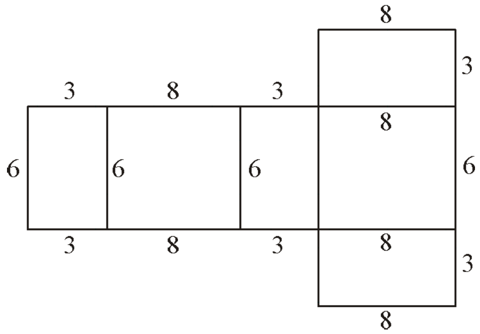
1. Some nets are given below. Trace them and paste them on a thick paper. Try to make 3-D shapes by suitably folding them and gluing together. Match the net with it's 3-D shape.

Nets



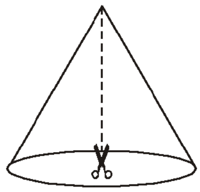
3D shapes





یہاں پر بکسہ کے جال کا نمونہ دیا گیا ہے۔ دبیز کاغذ پر نقش بنائیے اور اس کو چسپاں کیجیے۔ تاکہ یہ مناسب طور پر موڑا جائے اور کناروں کو چسپاں کیا جائے۔ یہ بکسہ کونسی شکل اختیار کرے گا؟

اسی طرح آئسکریم کون کا مقوہ لیجیے۔ شکل (1) میں بتلائے گئے طریقے سے اس کی جانبی سطح کے ہمراہ کاٹ لیجیے۔ مخروط کا جال حاصل ہو جائے گا (شکل 2)


شکل-1

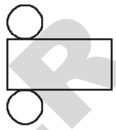
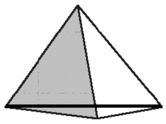
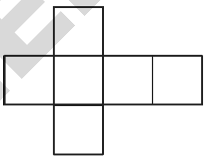
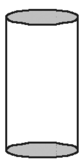
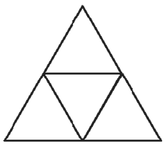
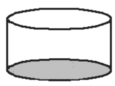
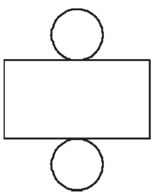
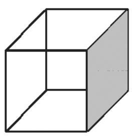

شکل-2

کوشش کیجیے:- مختلف نمونوں کے اجسام (استوانہ، مکعب، مکعب نما اور مخروط لیجیے اور اپنے استاد/ دوست کی مدد سے ان کو کاٹ کر جال حاصل کیجیے۔

مندرجہ بالا مشغلہ سے آپ جان جائیں گے کہ مختلف نمونوں کے لیے مختلف جال ہوں گے۔ ایک ہی نمونے کے لیے ایک سے زائد جال بھی ہو سکتے ہیں یہ کاٹنے کے طریقے پر منحصر ہوگا۔

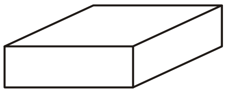
مشق - 2

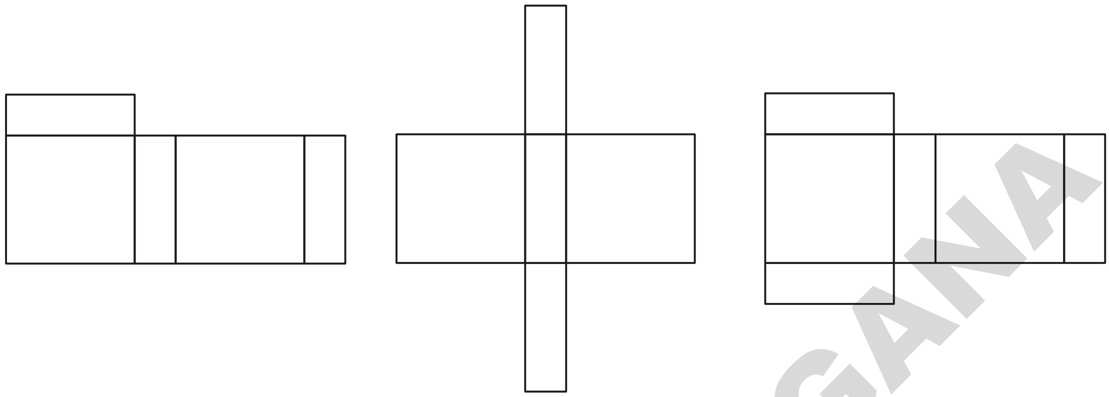
1: ذیل میں چند جال دیئے گئے ہیں۔ ان کی نقل کو دبیز کاغذ پر چسپاں کیجیے۔ مناسب طور پر جوڑتے ہوئے مختلف سہ ابعادی اشکال بنانے کوشش کیجیے۔ جال اور سہ ابعادی اشکال کو جوڑ ملائیے۔

جال	سہ ابعادی اشکال
	
	
	
	

2. Three nets for each shape are given here. Match the net with its 3D-shape.

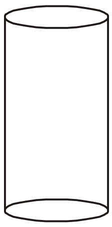
(i)

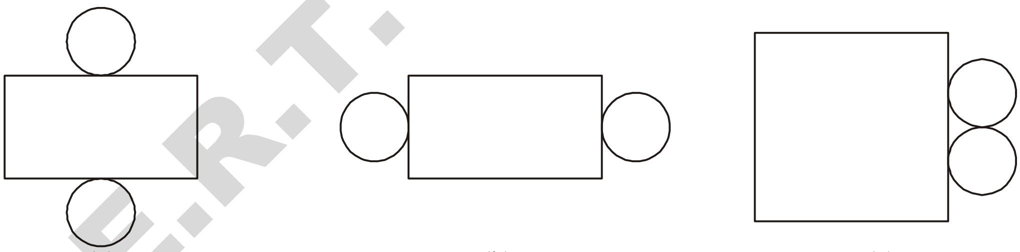




(a) (b) (c)

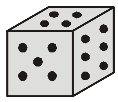
(ii)



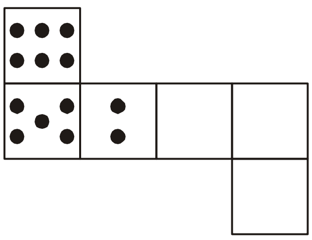


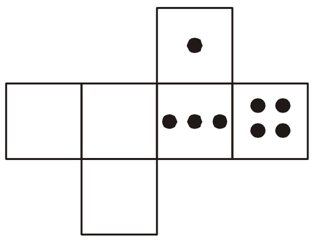
(a) (b) (c)

3. A dice is a cube with dots on each face. The opposite faces of a dice always have a total of seven dots on them.



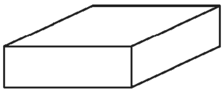
Here are two nets to make dice. Insert the suitable number of dots in blanks.

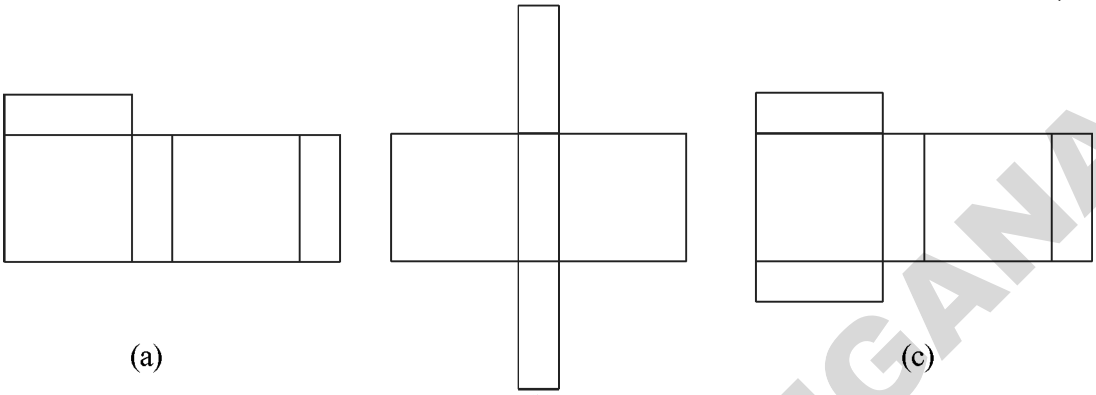




2۔ ذیل میں ایک نمونے کے تین جال دیئے گئے ہیں۔ جال کو مناسب طور پر جوڑتے ہوئے سہ ابعادی شکل بنایئے۔

(i

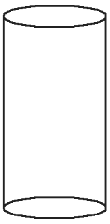


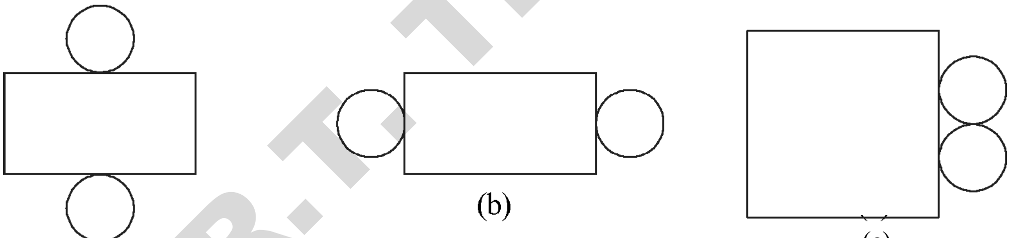


(a) (b) (c)

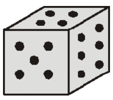
i

ii.



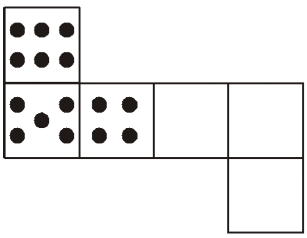


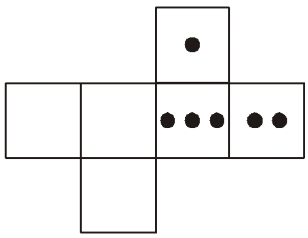
(a) (b) (c)



3۔ پانسہ مکعب کی شکل کا ہوتا ہے جس کے ہر رُخ پر نقطے بنے ہوئے ہوتے ہیں۔ اس کے مخالف رُخ پر پائے جانے والے نقطوں کا مجموعہ 7 ہوتا ہے۔

ذیل میں پانسہ بنانے کے لئے دو جال دیئے گئے ہیں خالی خانوں میں مناسب تعداد کے نقطے لگایئے۔





Play This

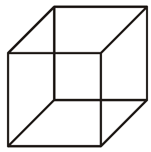
You and your friend sit back to back. One of you read out a net to make a 3-D shape, while the other copies it and sketches or builds the described object.

14.2 Drawing solids on a flat surface

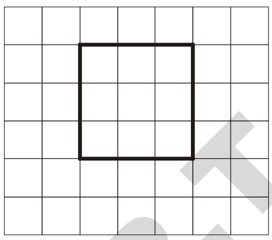
Our drawing surface is a paper, which is a flat surface. When you draw a solid shape, the images are somewhat distorted. It is a visual illusion. You will find here two techniques to help you to draw the 3-D shapes on a plane surface.

14.2.1 Oblique Sketches

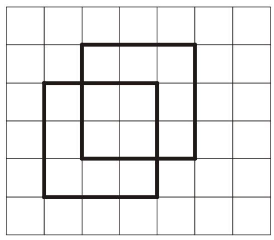
Here is a picture of a cube. It gives a clear idea of how the cube looks, when seen from the front. You do not see all the faces as we see in reality. In the picture, all the lengths are not equal, as they are in a real cube. Still, you are able to recognise it as a cube. Such a sketch of a solid is called an oblique sketch.



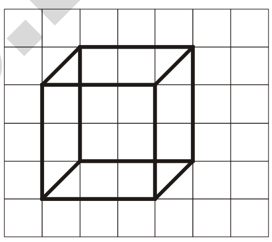
How can you draw such sketches? Let us attempt to learn the technique. You need a squared (lines or dots) paper. Initially practice to draw on these sheets and later on a plain sheet (without the aid of squared lines or dots!) Let us attempt to draw an oblique sketch of a $3 \times 3 \times 3$ cube (each edge is 3 units).



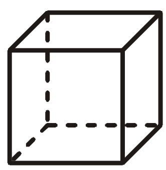
Step 1
Draw the front face.



Step 2
Draw the opposite face. Sizes of the faces have to be same, but the sketch is somewhat off-set from step 1.



Step 3
Join the corresponding corners



Step 4
Redraw using doted lines for hidden edges. (It is a convention) The sketch is ready now.

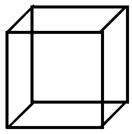
یہ کھیلیں:

آپ اور آپ کے دوست پشت سے پشت لگا کر بیٹھے' آپ میں سے کوئی فرد ایک سہ ابعادی شکل کی جال پڑھئے دوسرا فرد اس کی نقل کر کے سہ ابعادی شکل تیار کریں۔

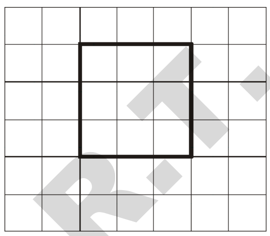
14.2 مسطح سطح پر ٹھوس اجسام کی بناوٹ:-

ہم جس کاغذ پر اشکال اتارتے ہیں وہ ایک مسطح سطح ہے۔ جب آپ ایک ٹھوس ساخت بنائیں گے تب وہ ساخت تحریف شدہ ہوگی۔ یہ نظر کا فریب ہوگا۔ آپ کو یہاں پر مستوی سطح پر سہ ابعادی اشکال اتارنے میں دو طریقہ کار معاون ثابت ہوں گے۔

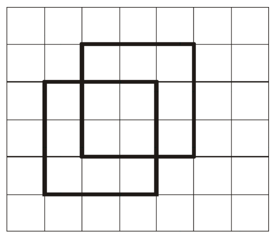
14.2.1 - غیر واضح اشکال:-



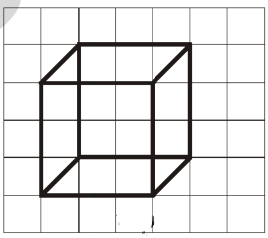
یہاں پر ایک مکعب کی شکل دی گئی ہے۔ اس کو آگے سے دیکھنے پر کس طرح نظر آتا ہے؟ شکل دیکھتے ہی سمجھ سکتے ہیں۔ آپ اس کے تمام رُخ کو دیکھ نہیں سکتے جس طرح کہ ہم حقیقت میں دیکھ سکتے ہیں۔ شکل میں اس کے تمام طول مساوی نہیں ہوتے جس طرح حقیقی مکعب میں ہوتے ہیں۔ اس کے باوجود بھی آپ اسکی شناخت مکعب کی حیثیت سے ہی کرتے ہیں۔ اسطرح کے اشکال کو غیر واضح اشکال (Oblique Sketches) کہتے ہیں۔ آپ اس طرح کے اشکال کس طرح اتاریں گے۔ آیئے ہم یہ طریقہ سیکھیں۔ ترسیمی (مربعی خطوط یا نقطے) کاغذ لیجیے۔ پہلے مشق کے لیے اسی طرح کے کاغذ کو استعمال کیجیے اور بعد میں سادہ کاغذ (بغیر مربعی خطوط یا نقطوں والا) پر اتاریئے۔ آیئے اب ہم 3x3x3 کی غیر واضح شکل اتاریں گے۔ (اس کا ہر کونا 3 اکائیاں ہوں)



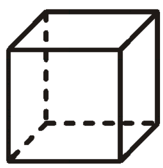
قدم 1: پہلا رُخ اتاریئے



قدم 2 : مقابل کا رُخ اتاریئے رخوں کی پیائش مساوی ہونی چاہیے لیکن یہ پہلے رُخ سے ہٹ کر ہونا چاہیے۔



قدم 3: مقابل کے کونوں کو ملایئے۔



قدم 4: چھپے ہوئے کونوں کو نقاطی خط سے ظاہر کرتے ہوئے شکل کو دوبارہ اتاریئے۔ یہ مطلوبہ شکل ہے۔

In the above oblique sketch did you notice the following?

(i) The sizes of the front face and its opposite face are same.

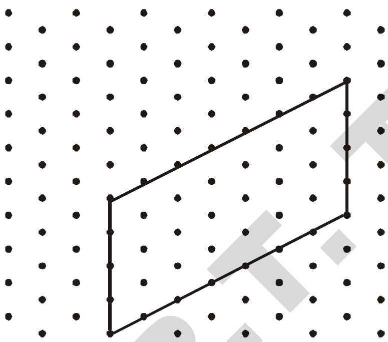
(ii) The edges, which are all equal in a cube, appear so in the sketch, though the actual measures of edges are not taken so.

You could now try to make an oblique sketch of a cuboid (remember the faces in this case are rectangles).

You can draw sketches in which measurements also agree with those of a given solid. To do this we need what is known as an isometric sheet. Let us try to make a cuboid with dimensions 7 cm length, 3 cm breadth and 4 cm height on an isometric sheet.

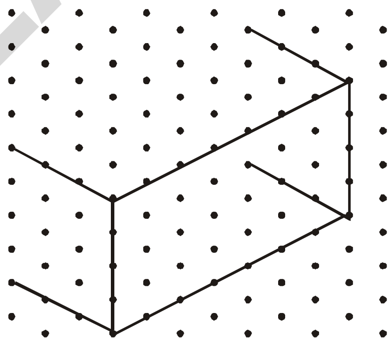
14.2.2 Isometric Sketches

To draw sketches in which measurements also agree with those of the given solid, we can use isometric dot sheets. In such a sheet the paper is divided into small equilateral triangles made up of dots or lines. Let us attempt to draw an isometric sketch of a cuboid of dimensions 7×3×4 (which means the edges forming length, breadth and height are 7, 3, 4 units respectively).



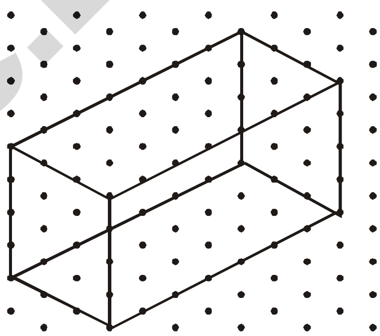
Step 1

Draw a rectangle to show the front face



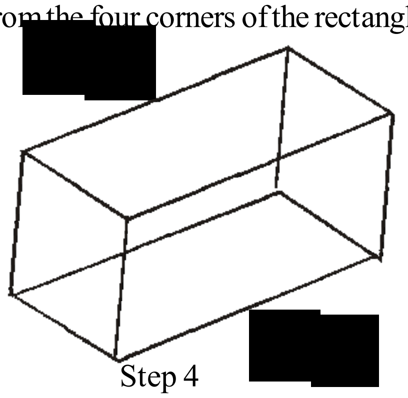
Step 2

Draw four parallel line segments of length 3 units starting from the four corners of the rectangle.



Step 3

Connect the matching corners with appropriate line segments.



Step 4

This is an isometric sketch of a cuboid.

مندرجہ بالا غیر واضح شکل میں کیا آپ نے حسب ذیل نکات پر غور کیا؟

i) اس کے سامنے کے رُخ، مقابل کے رُخ کی جسامت یکساں ہوتی ہے۔

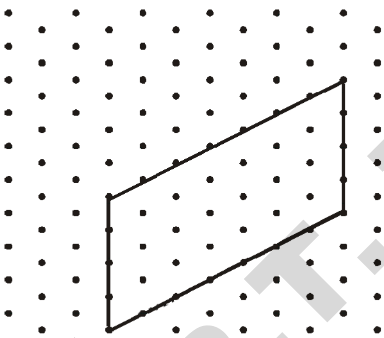
ii) حالاں کہ مکعب کے تمام رُخ مساوی ہوتے ہیں لیکن شکل میں ان کے کنارے مساوی نظر نہیں آتے۔ اب آپ مکعب کا غیر واضح خاکہ بنانے کی کوشش کر سکیں گے۔ (واضح رہے کہ اس صورت میں اس کے رُخ مستطیل نما ہوں گے۔)

دیئے گئے ٹھوس اجسام کے خاکہ میں اس کے ابعاد کی پیمائشوں کو بھی مساوی رکھ سکتے ہیں۔ ایسا کرنے کے لیے ہمیں ہم پیما کاغذ کی ضرورت ہوگی۔

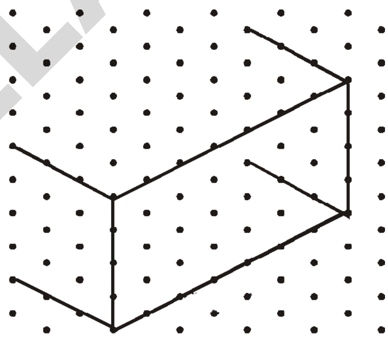
آیئے ہم 7 سمر طول، 3 سمر عرض، بعد 4 سمر بلندی ابعاد والے ایک مکعب نما کو ہم پیما کاغذ پر بنانے کی کوشش کرینگے۔

14.2.2 ہم پیما خاکے (Isometric Sketches)

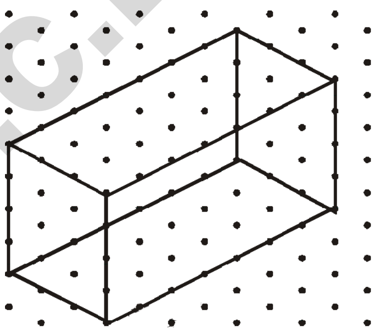
دی گئی پیمائشوں سے ٹھوس اجسام کے خاکے تیار کرنے کے لئے ہم پیما کاغذ کو استعمال کر سکتے ہیں۔ کاغذ نقاط یا خطوط سے ملکر چھوٹے مساوی الاضلاع مثلثات پر مشتمل ہوتا ہے۔ آیئے ہم 7x3x4 ابعاد والے مکعب نما کا ہم پیما خاکہ بنانے کی کوشش کریں گئے۔ (جس کا مطلب یہ ہے کہ اس کے کنارے ترتیب وار 7,3,4 ہوں)



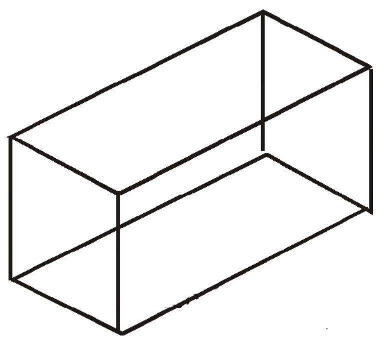
قدم1: سامنے کے رُخ کو ظاہر کرکے لیے مستطیل کھینچے۔



قدم2: مستطیل کے چار کناروں سے 3 اکائیاں والے چار متوازی خطوط کھینچے۔



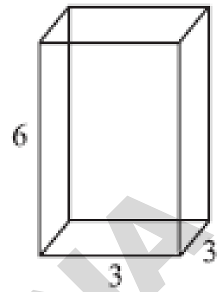
قدم3: مناسب خطی قطع کے ذریعہ کناروں کو جوڑیئے۔



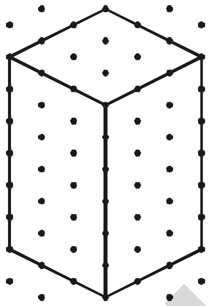
قدم4: یہ ایک مکعب نما کا ہم پیما خاکہ ہے۔

Note that the measurements of the solid are of exact size in an isometric sketch; this is not so in the case of an oblique sketch.

Example 1 : Here is an oblique sketch of a cuboid. Draw an isometric sketch that matches this drawing.



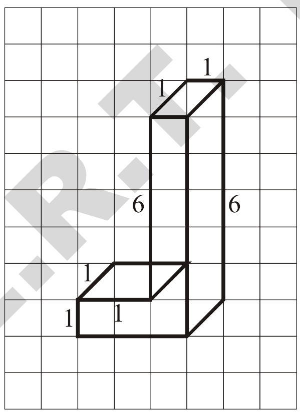
Solution : The length, breadth and height are 3, 3 and 6 units respectively



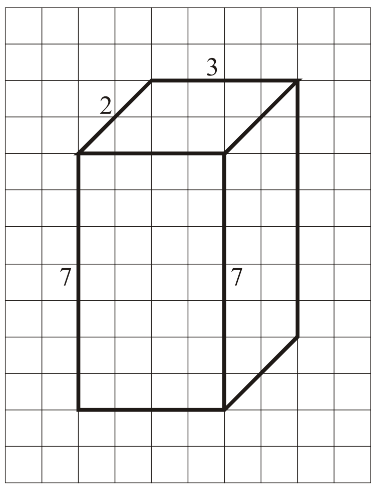
Exercise - 3

1. Use an isometric dot paper and make an isometric sketch for each one of the given shapes.

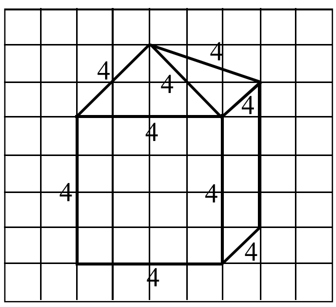
(i)



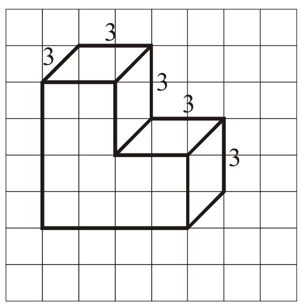
(ii)



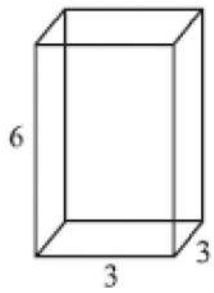
(iii)



(iv)

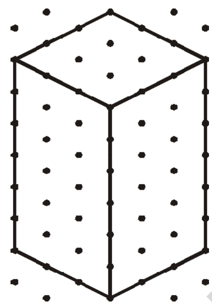


ہاں یہہ بات ذہن نشین کرلیں کے ہم پیا خاکہ میں ٹھوس اجسام کی پیمائش یکساں جسامت میں ہوتی ہے۔غیر واضح خاکوں کے معاملے میں نہیں ہوتا۔



مثال1:- یہاں ایک مکعب کی غیر واضح شکل دی گئی ہے جس کا ہم پیا خاکہ بنایئے۔

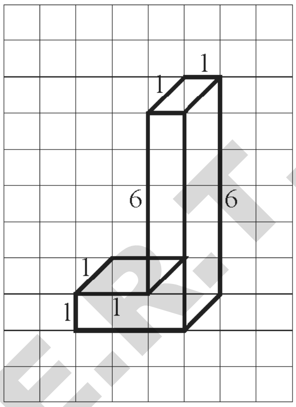
حل: اس کے طول،عرض اور بلندی بالترتیب 3،3،اور 6 اکائیاں ہیں۔



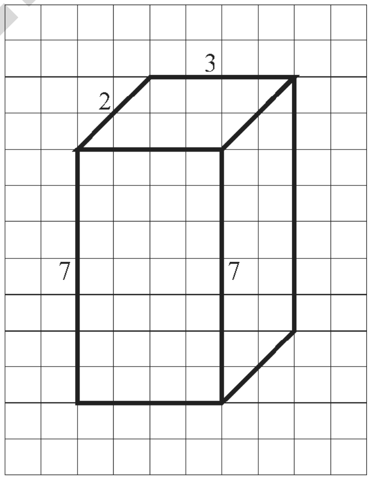
مشق - 3

1. حسب ذیل اشکال کے ہم پیا نقاط کے کاغذ کی مدد سے ہم پیا خاکے بنایئے۔

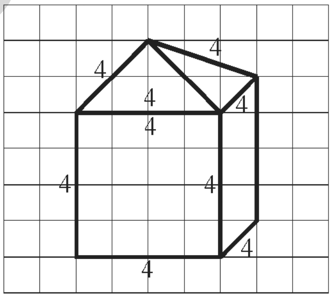
(i)



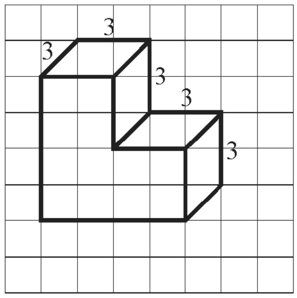
(ii)



(iii)



(iv)

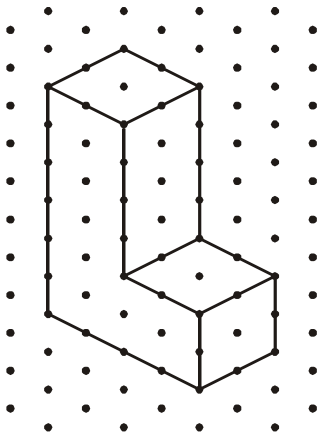


2. The dimensions of a cuboid are 5 cm, 3 cm and 2 cm. Draw three different isometric sketches of this cuboid.

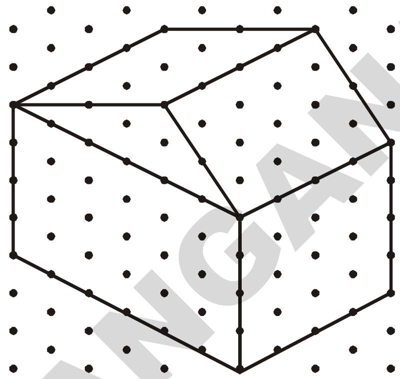
3. Three cubes each with 2 cm edge are placed side by side to form a cuboid. Draw an oblique or isometric sketch of this cuboid.

4. Make an oblique sketch for each of the given isometric shapes.

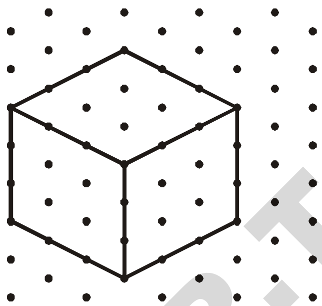
(i)



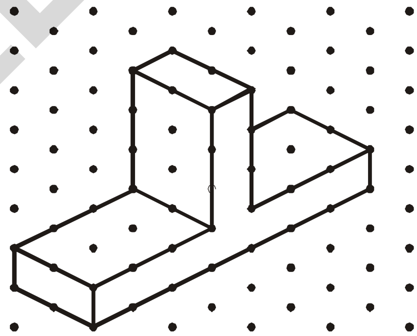
(ii)



(iii)



(iv)

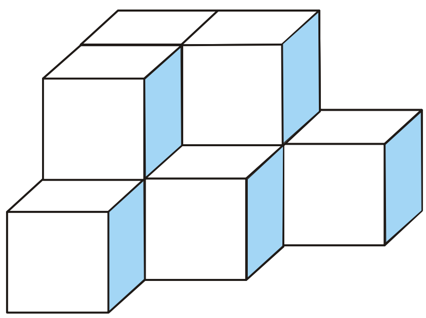


5. Give (i) an oblique sketch and (ii) an isometric sketch for each of the following:

(a) A cuboid of dimensions 5 cm, 3 cm and 2 cm. (Is your sketch unique?)

(b) A cube with an edge 4 cm long.

14.3 Visualising solid objects



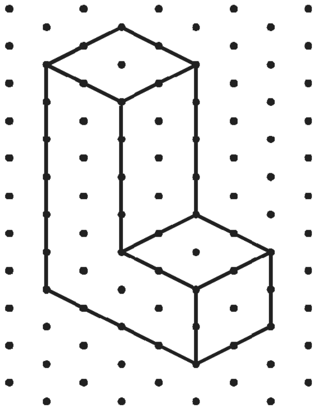
Sometimes when you look at combined shapes, some of them may be hidden from your view.

2. ایک مکعب نما کے ابعاد بالترتیب 5 سمر، 3 سمر، 2 سمر ہیں۔اس کے تین مختلف ہم پیما خاکے بنایئے۔

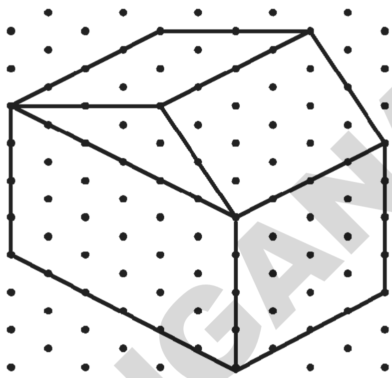
3. تین مکعب جس کا ہر کنارہ 3 سمر ہے ایک دوسرے کے متصل رکھے گئے ہیں۔اس مکعب نما کی غیر واضح شکل یا ہم پیما خاکہ بنایئے۔

4. حسب ذیل ہم پیما خاکوں کی غیر واضح اشکال اتاریئے۔

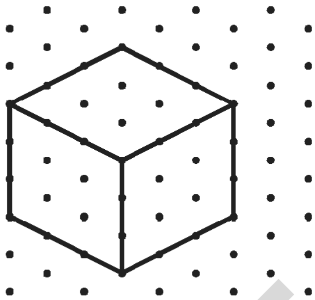
(i)



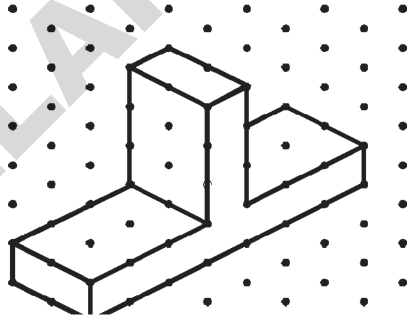
(ii)



(iii)



(iv)



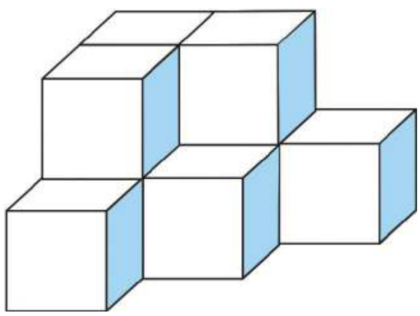
5۔ حسب ذیل کے (i) غیر واضح خاکے (ii) ہم پیما خاکے بنایئے۔

(a) ایک مکعب نما کے ابعاد 5 سمر، 3 سمر اور 2 سمر ہیں (کیا آپ کا خاکہ منفرد ہوگا؟)

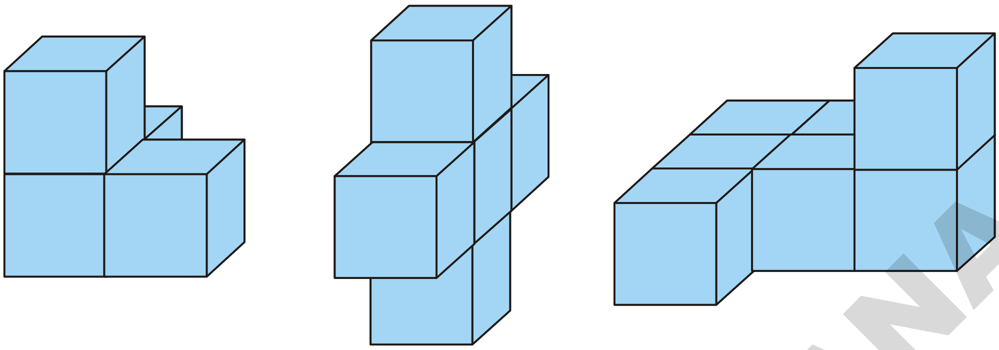
(b) ایک مکعب کا کنارہ 4 سمر ہے

14.3 ٹھوس اجسام کو متصور کرنا: Visualising Solid Objects

بعض اوقات جب آپ مشترکہ اشکال کو دیکھتے ہیں ان میں سے چند آپ کی نظر سے اوجھل ہوتے ہیں۔



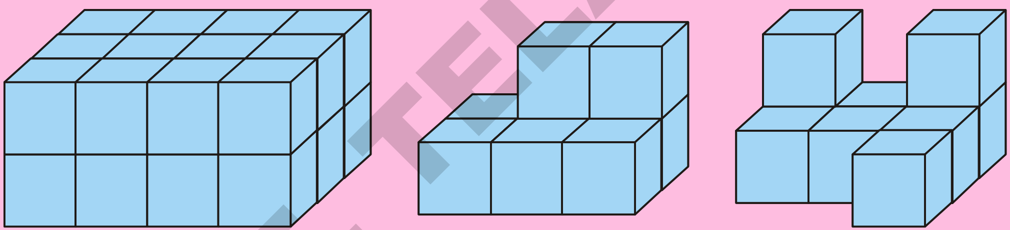
Here are some activities to help you visualise some solid objects and how they look. Take some cubes and arrange them as shown below.



Now ask your friend to see from the front and guess the total number of cubes in the following arrangements.

Try This

Estimate the number of cubes in the following arrangements.

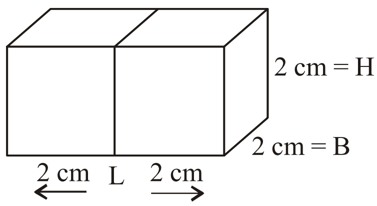


Such visualisations are very helpful.

Suppose you form a cuboid by joining cubes. You will be able to estimate what the length, breadth and height of the cuboid would be.

Example 2 : If two cubes of dimensions 2 cm × 2cm × 2cm are placed side by side, what would the dimensions of the resulting cuboid be?

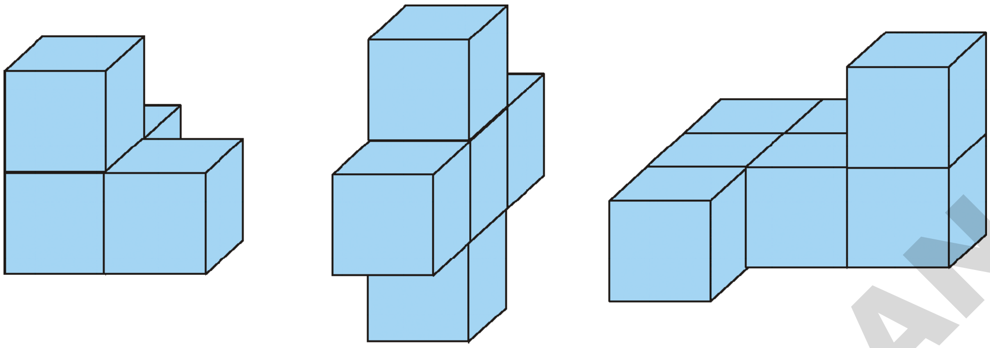
Solution : As you can see when kept side by side, the length is the only measurement which increases.



Length = 2 + 2 = 4 cm.

Breadth = 2 cm and Height = 2 cm.

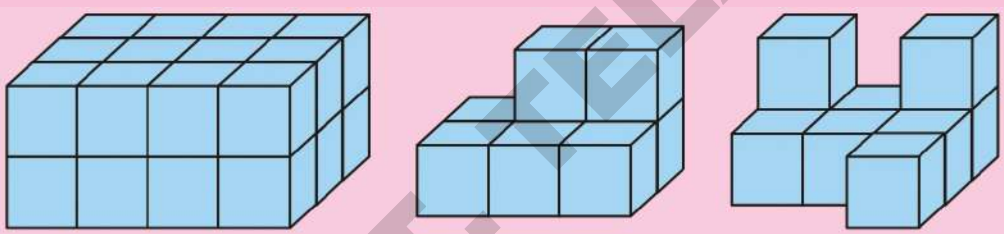
یہاں پر چند مشاغل دئے گئے ہیں جو کہ چند ٹھوس اجسام کو تصور کرنے میں معاون ہوں گے۔ یہ آپ کو کس طرح نظر آتے ہیں؟ چند مکعب لے کر انہیں حسب ذیل کی طرح ترتیب دیجیے۔



اپنے دوست کو قیاس کرنے کے لئے کہیں کہ مندرجہ بالا ترتیب میں کل کتنے مکعب استعمال ہوتے ہیں۔

کوشش کیجیے

اندازہ لگائیے کہ حسب ذیل ترتیب میں کتنے مکعب ہوں گے۔



ایسے تصورات کافی مددگار ہوتے ہیں۔

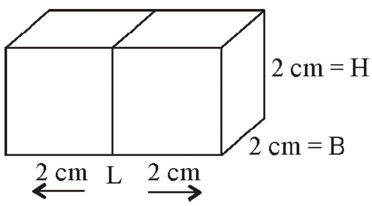
فرض کیجیے کہ آپ مکعبوں کو جوڑتے ہوئے ایک مکعب نما بناتے ہیں، اب آپ اس مکعب نما کا طول، عرض اور بلندی کیا ہوسکتی ہے قیاس کر پائیں گے۔

مثال 2:- اگر دو مکعب نما جس کے ابعاد بالترتیب 2 سمر، 2 سمر، اور 2 سمر ہوں ان کو ایک دوسرے سے متصل رکھنے پر بننے والے مکعب نما کے ابعاد کیا ہوں گے۔

حل: آپ نے یہ مشاہدہ کیا ہوگا کہ دو مکعبوں کو متصل رکھنے پر صرف اسکے طول میں اضافہ ہوا اور یہ 4 سمر $=2+2$ ہوا۔

اس کا عرض 2 سمر اور

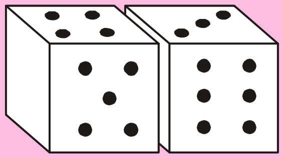
بلندی بھی 2 سمر ہی ہوگی۔



Try This

1. Two dice are placed side by side as shown. Can you say what the total would be on the faces opposite to them? (i) 5 + 6 (ii) 4 + 3

   (Remember that in a dice the sum of numbers on opposite faces is 7)



2. Three cubes each with 2 cm edge are placed side by side to form a cuboid. Try to make an oblique sketch and say what could be its length, breadth and height.

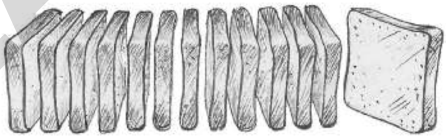
14.3.1 Viewing different sections of a solid

Now let us see how an object which is in 3-D can be viewed in different ways.

14.3.1a) One way to view an object is by cutting or slicing the object

Slicing game

Here is a loaf of bread. It is like a cuboid with square faces. You 'slice' it with a knife.



When you give a 'horizontal' cut, you get several pieces, as shown in the figure. Each face of the piece is a square! We call this face a 'cross-section' of the whole bread. The cross section is nearly a square in this case.

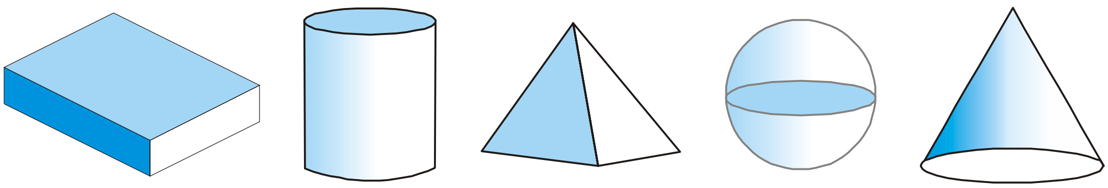
Beware! If your cut is 'vertical' you may get a different cross section! Think about it. The boundary of the cross-section you obtain is a plane curve. Do you notice it?

A kitchen play

Have you noticed cross-sections of some vegetables when they are cut for the purposes of cooking in the kitchen? Observe the various slices and get aware of the shapes that results as cross-sections.

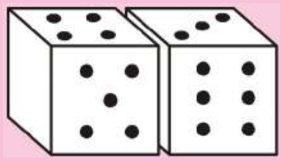
Do This

1. Make clay (or plasticine) models of the following solids and make vertical or horizontal cuts. Draw rough sketches of the cross-sections you obtain. Name them if possible.



کوشش کیجیے:

(1) دو پانسوں کو ایک دوسرے سے متصل رکھیے (جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا)۔ کیا آپ بتلا سکتے ہیں کہ ان کے مقابل کے رُخوں پر جملہ کتنے نقاط ہوں گے۔ (i) 4+3 (ii) 5+ 6



(واضح رہے کہ پانسہ کے مقابلی رُخوں پر پائے جانے والے نقاط کا مجموعہ 7 ہوتا ہے)

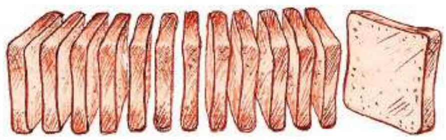
(2) 2 سمر کنارے والے 3 مکعب ایک دوسرے سے متصل رکھے گئے ہیں تا کہ ایک مکعب نما وجود میں آئے۔اس مکعب نما کی غیر واضح شکل اتارنے کی کوشش کیجیے اور بتلائیے کہ اس مکعب نما کا طول، عرض اور بلندی کیا ہوگی؟

14.3.1 ٹھوس اجسام کے مختلف حصّے دیکھنا:

سہ ابعادی اشکال مختلف صورتوں میں کس طرح پائے جاتے ہیں دیکھیں گئے۔

14.3.1(a) کسی شئے کو آڑے کاٹ کر یا باریک ٹکڑے کرتے ہوئے ظاہر کرنے کا طریقہ کار:-

ڈبل روٹی کے قاشوں کا کھیل: Slicing Game



یہاں ثابت ڈبل روٹی رکھی ہوئی ہے۔ جو مکعب نما شکل کی ہے۔ آپ اس کے مزید ٹکڑے کر سکتے ہیں۔ جب انھیں اُفقی طریقے میں کاٹتے ہیں تب آپ کو کئی ٹکڑے حاصل ہوتے ہیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ ہر ٹکڑا مربعی ہوتا ہے۔ ہم ان ٹکڑوں کو ثابت روٹی کی ’’ تراش ‘‘ (Cross-section) کہتے ہیں۔ یہاں اس صورت میں حاصل شدہ تراش‘ مربعی شکل کے قریب تر ہو تے ہیں۔

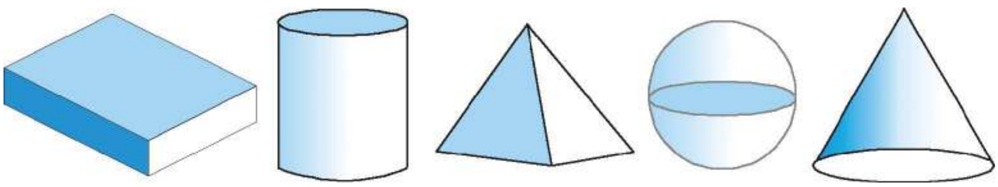
یہاں یہ احتیاط لازمی ہے کہ اگر آپ عموداً کاٹتے ہیں تو آپ کو کئی تراش حاصل ہوں گے۔ اس کے متعلق آپ غور کیجیے کہ تراش کی سرحد ایک منحنی شکل میں حاصل ہوتی ہے۔

باورچی خانے کا کھیل:

کیا آپ نے کٹی ہوئی ترکاریوں کا مشاہدہ کیا؟ مختلف کٹی ہوئی ترکاریوں کا مشاہدہ کیجیے اور ان کی شکل پہچانیے۔

یہ کیجیے

1۔ مٹی (پلاسٹک) کے حسبِ ذیل ٹھوس اجسام کے نمونے (Models) لیکر انھیں افقاً اور عموداً کاٹیے اور آپ کو حاصل ہوئے تراش کے کچے خاکے اُتاریئے۔ اگر ممکن ہو تو ان کو نامزد کیجیے۔



2. What cross-sections do you get when you give a (i) vertical cut (ii) horizontal cut to the following solids?

(a) A brick (b) A round apple (c) A die (d) A cylindrical pipe (e) An ice cream cone

14.3.1b) Another Way is by Shadow Play

A shadow play

Shadows are a good way to illustrate how three-dimensional objects can be viewed in two dimensions. Have you seen a shadow play? It is a form of entertainment using solid articulated figures in front of an illuminated backdrop to create the illusion of moving images. It makes some indirect use of ideas of Mathematics.

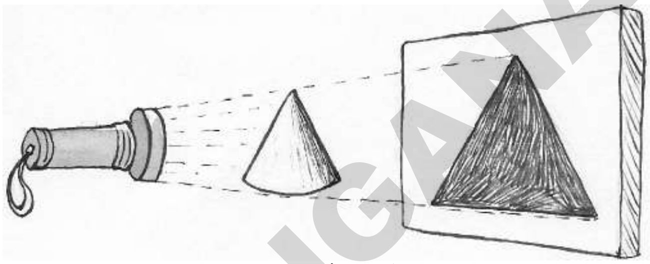


Figure 1

You will need a source of light and a few solid shapes for this activity. If you have an overhead projector, place the solid under the lamp and do these investigations.

Keep a torchlight, right in front of a cone. What type of shadow does it cast on the screen? (Figure 1).

The solid is three-dimensional; what about the shadow?

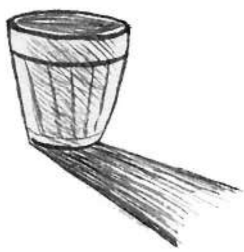
If, instead of a cone, you place a cube in the above game, what type of shadow will you get?

Experiment with different positions of the source of light and with different positions of the solid object. Study their effects on the shapes and sizes of the shadows you get.

Here is another funny experiment that you might have tried already:

Place a circular tumbler in the open when the sun at the noon time is just right above it as shown in the figure below. What is the shadow that you obtain?

Will it be same during (a) afternoon? (b) evening?



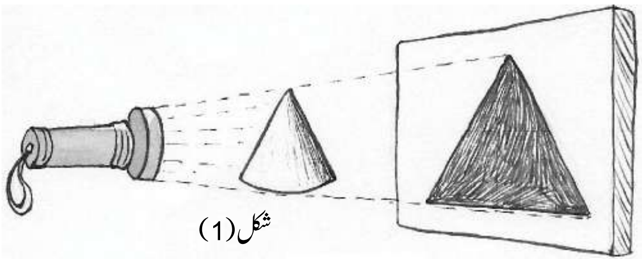
Study the shadows in relation to the position of the sun and the time of observation.

2۔ حسب ذیل ٹھوس اجسام کے کونسے تراش حاصل ہوں گے جب آپ ان کو

(i) عموداً کاٹتے ہیں۔ (ii) افقاً کاٹتے ہیں۔

(a) اینٹ (b) گول سیب (c) پانسہ (d) دائروی پائپ (e) آئس کریم کا کون

14.3.1(b) دوسرا طریقہ سایہ کے کھیل سے



سایہ کا کھیل سہ ابعادی اشکال دوابعادی اشکال کے اظہار وضاحت کا ایک موزوں طریقہ ہے کیا آپ نے سایہ کا کھیل دیکھا ہے؟ یہ جُڑے ہوئے ٹھوس اجسام کے استعمال کے ذریعہ منظری پردہ پر نظروں کے دھوکے کے ذریعہ اجسام کی حرکت کو بتلانے کا بہترین تفریحی ذریعہ ہے یہ ریاضی کے چند تصورات کو بالواسطہ طور پر سمجھنے میں معاون ہوتا ہے۔

اس مشغلہ کے لیے آپ کو چند ٹھوس اشکال اور روشنی کی ضرورت ہوتی ہے۔ اگر آپ کے پاس (Over head Projector) ہو تو ٹھوس اشکال کو روشنی کے نیچے رکھ کر ان کا تجزیہ کر سکتے ہیں۔

ایک مخروط کو ٹارچ لائٹ کے روبرو رکھئے۔ پردہ پر آپ کو کس قسم کے سائے نظر آئیں گے۔(شکل 1)

ٹھوس شکل سہ ابعادی ہے۔ سایہ کے متعلق آپ کیا کہتے ہیں؟

اوپر کے اس کھیل میں مخروط کے بجائے اگر مکعب رکھا جائے تو آپ کو کس طرح کا سایہ حاصل ہوگا؟

اس تجربہ کو روشنی کی مختلف صورتوں میں اور مختلف مقامات پر ٹھوس اشیاء رکھتے ہوئے دہرائیے سائے کے اشکال اور اس جسامت کا مشاہدہ کیجیے۔

یہاں پر ایک انوکھا تجربہ پیش ہے جس کو غالباً آپ نے کر دیکھا ہوگا۔

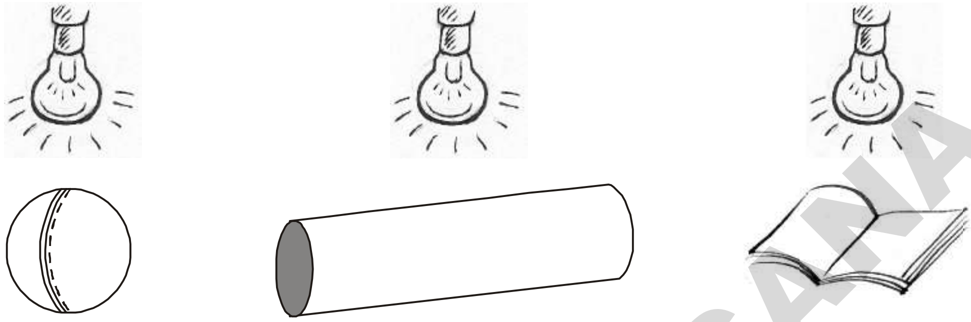
ایک چپٹے پیندے کے گلاس کو ٹھیک 12 بجے کے وقت کھلے مقام پر اس کے بالکل سیدھے جانب رکھئے جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا۔ آپ کو کس طرح کا سایہ حاصل ہوگا۔ کیا یہ وہی ہے جبکہ

(a) دوپہر کا وقت (b) شام کا وقت

سورج کے مقام اور وقت کے بدلنے کے ساتھ سایوں کے رشتوں میں کیا تبدیلی واقع ہوتی ہے۔ غور کریں۔

Exercise - 4

1. A bulb is kept burning just right above the following solids. Name the shape of the shadows obtained in each case. Attempt to give a rough sketch of the shadow. (You may try to experiment first and then answer these questions).



A ball | A cylindrical pipe | A book

2. Here are the shadows of some 3D objects, when seen under the lamp of an overhead projector. Identify the solid(s) that match each shadow. (There may be many answers for these!)

A circle | A square | A triangle | A rectangle

(i) | (ii) | (iii) | (iv)

Looking Back

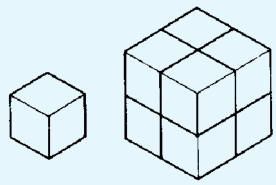
3D shapes can be visualised on 2D surfaces, that is on paper by drawing their nets.

Oblique sketches and isometric sketches help in visualising 3D shapes on a plane surface.

M1Q1S4

Fun with a cube

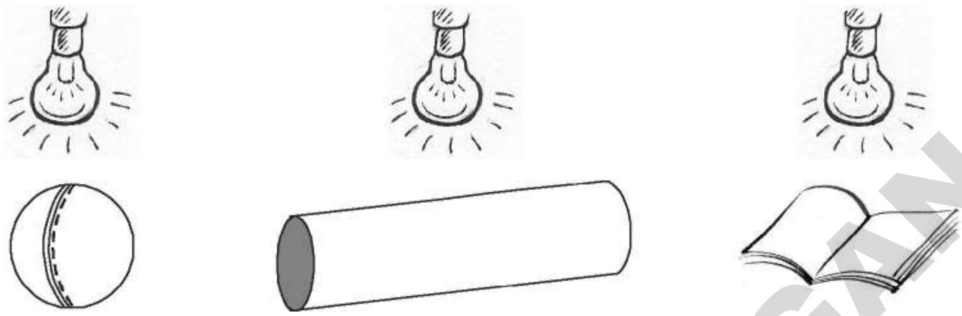
A unit cube can fitted together with 7 other identical cubes to make a larger cube with an edge of 2 units as shown in figure.



How many unit cubes are needed to make a cube with an edge of 3 units?

مشق - 4

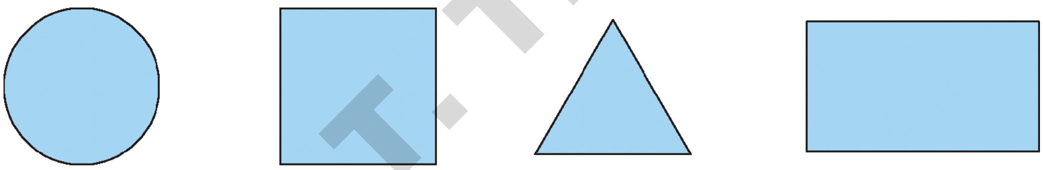
1. حسب ذیل اجسام کے روبرو ایک جلتا ہوا بلب رکھا گیا ہے۔ ہر صورت میں حاصل ہونے والے سائے کی نشاندہی کر کے اشکال کے نام بتائیے۔ سایہ دار حصّہ کا کچا خاکہ بنانے کی کوشش کیجیے۔ (پہلے تجربہ کر کے ان سوالات کے جواب دیجیے۔)



کتاب   استوانہ نما پائپ   ایک گیند

2. یہاں پر سہ ابعادی اشکال کے سائے بنے ہوتے ہیں جو کہ Over head Projector کے سامنے برقی بلب رکھنے سے حاصل ہوتے ہیں۔ ان کے ٹھوس اشکال کی نشاندہی کیجیے جو بننے والے سائے سے میل کھاتے ہوں (ہر عکس کے کئی جواب ہو سکتے ہیں)

مستطیل   مثلث   مربع   دائرہ



(iv)   (iii)   (ii)   (i)

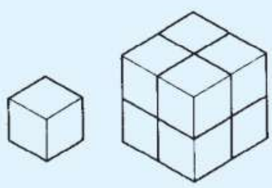
ہم نے کیا سیکھا؟

سہ ابعادی اشکال کو دو ابعادی اشکال میں بھی ظاہر کیا جا سکتا ہے جو کہ صرف اور صرف کاغذ پر جال کے ذریعہ ہو۔
غیر واضح خاکے اور ہم پیا خاکے، مستوی سطح پر سہ ابعادی اشکال کو سمجھنے میں مدد دیتے ہیں۔

Fun with a cube

A unit cube can fitted together with 7 other identical cubes to make a larger cube with an edge of 2 units as shown in figure.

How many unit cubes are needed to make a cube with an edge of 3 units?



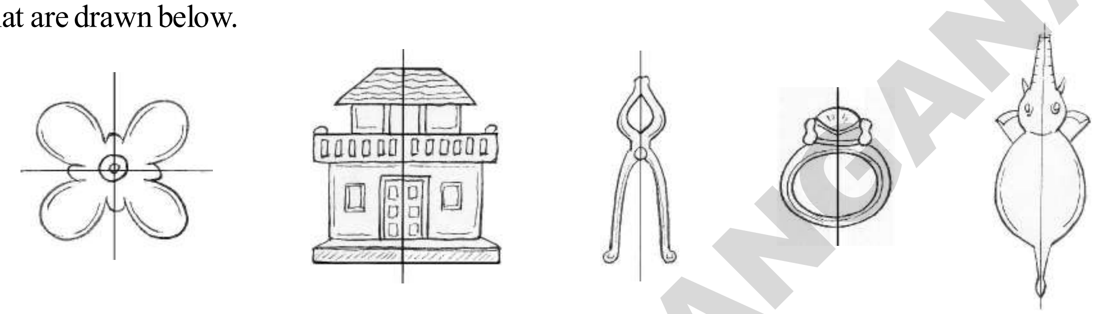
SYMMETRY

15

E5U7J1

15.0 Introduction

Look around you. You will find that many objects around you are symmetrical. So are the objects that are drawn below.



All these objects are symmetrical as they can be divided in such a way that their two parts coincide with each other.

15.1 Line Symmetry

Let us take some more examples and understand what we mean. Trace the following figures on a tracing paper.

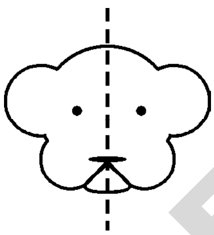


Figure 1

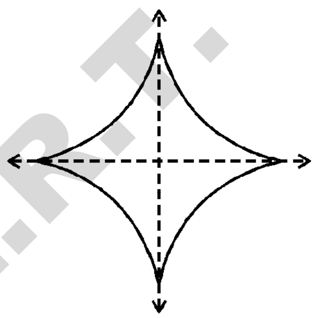


Figure 2

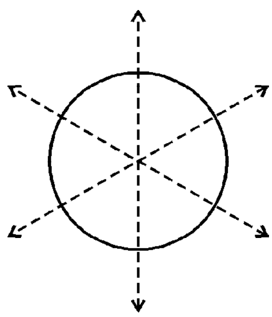


Figure 3

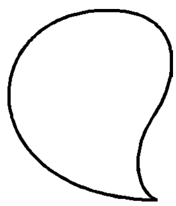


Figure 4

Fold Figure 1 along the dotted line. What do you observe?

You will find that the two parts coincide with each other. Is this true in Figure 2 and 3?

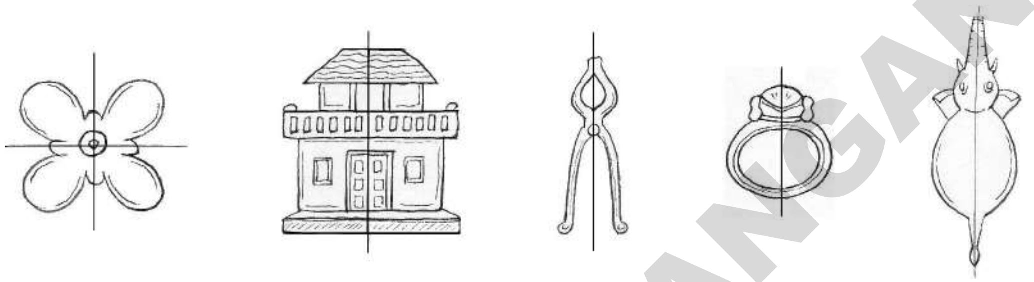
You will observe that in Figure 2, this is true along two lines and in Figure 3 along many lines. Can Figure 4 be divided in the same manner?

Figure 1, 2 and 3 have line symmetry as they can be divided in such a manner that two parts of the figure coincide with each other when they are folded along the line of symmetry. The dotted line which divides the figures into two equal parts is the line of symmetry or axis of symmetry. As you have seen, an object can have one or more than one lines of symmetry or axes of symmetry.

15 تشاکل Symmetry

15.0 تمہید:

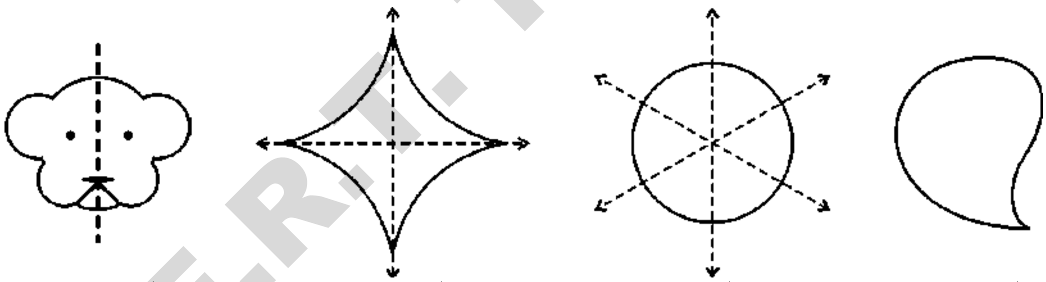
اپنے اطراف واکناف پائی جانے والی مختلف اشیاء کا مشاہدہ کیجیے۔آپ دیکھیں گے کہ کئی اشیاء متشاکل ہیں۔جیسا کے ذیل میں دکھائے گئے ہیں۔



وہ تمام اشیاء تشاکل کہلائیں گی جن کو نصف کرنے پر ان کے دوحصّے ایک دوسرے پر منطبق ہوجائیں۔

15.1 خطی تشاکل

ہم چنداور مثالیں لے کر دیکھیں گے کہ تشاکل کیا ہیں؟ ان اشکال کو (مومی کاغذ Trace Paper) پر نقل کیجیے۔



شکل- 1　　شکل- 2　　شکل-3　　شکل-4

شکل 1 کونقاط والے خط پر سے موڑیئے، آپ کیا مشاہدہ کریں گے؟ آپ کیا غور کریں گے؟

آپ دیکھیں گے کہ اس کے دونوں حصے ایک دوسرے پر منطبق ہوں گے۔کیا دوسری اور تیسری شکل کے لیے بھی یہ عمل صادق ہوگا؟

آپ دیکھیں گے دوسری تصویر میں دوطریقوں سے یہ ایک دوسرے پر منطبق ہوں گے اور تیسری تصویر میں تین طریقوں سے ایک دوسرے پر منطبق ہوں گے۔کیا چوتھی تصویر میں بھی یہی عمل ہوگا؟

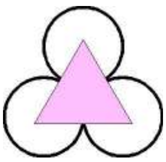
پہلی، دوسری اور تیسری تصویر میں خطی تشاکل ہیں اس لیے کہ ان تصاویر کو تشاکلی خط پر موڑا جائے تو اس کے دونوں حصّے ایک دوسرے پر منطبق ہوجائیں گے (Dotted line اشارات) جو کہ اس شکل کو دوحصّوں پر منطبق کرتے ہیں اس کو خطی تشاکل یا محوری تشاکل کہتے ہیں۔یعنی اگر کسی شئے کو ایک تشاکلی خط دو یا زائد منطبق حصّوں میں تقسیم کرتا ہے تو اسے خطی تشاکل یا محور تشاکل کہتے ہیں۔

Try This

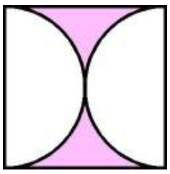
1. Name a few things in nature, that are symmetric.
2. Name 5 man-made things that are symmetric.

Exercise - 1

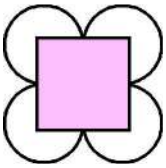
1. Given below are some fiugres. Which of them are symmetric? Draw the axes of symmetry for the symmetric figures.



(i)

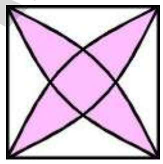


(ii)

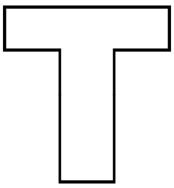


(iii)

(iv)

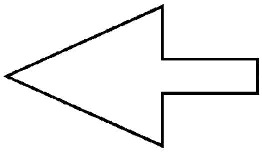


(v)

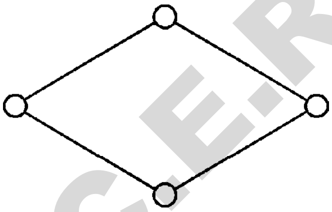


(vi)

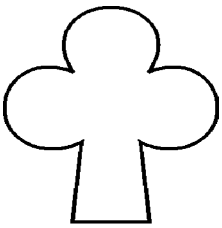
(vii)



(viii)

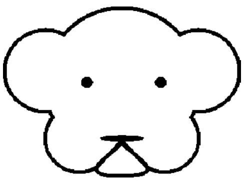


(ix)

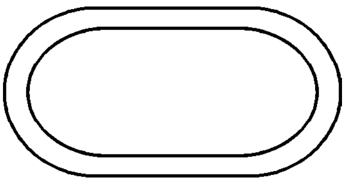


(x)

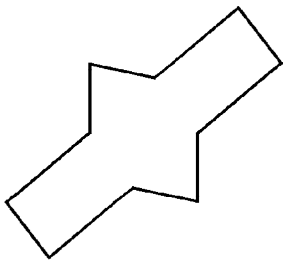
(xi)



(xii)



(xiii)



(xiv)

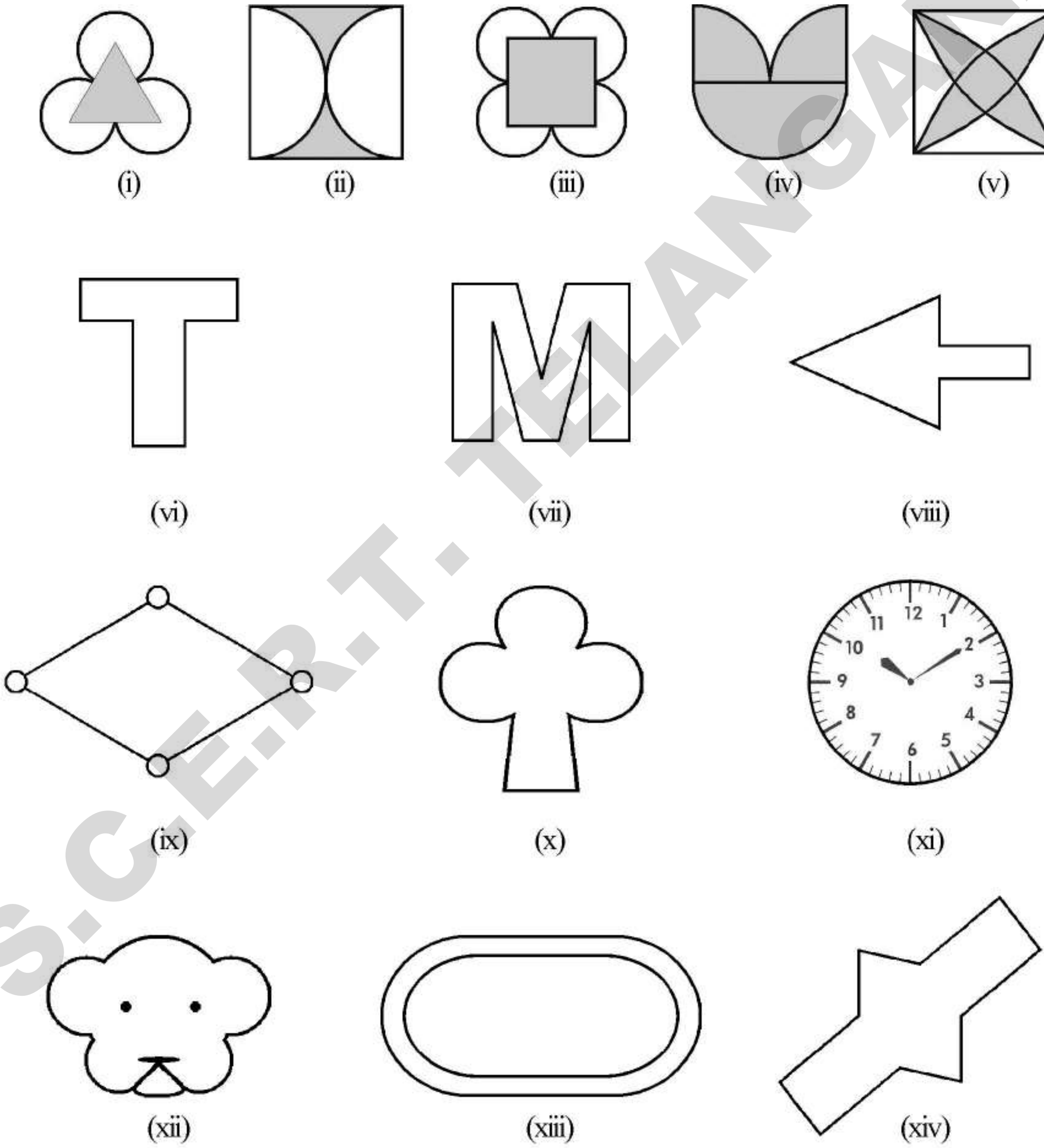
کوشش کیجیے:

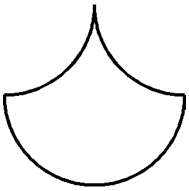
1۔ ماحول میں پائے جانے والے چند اشیاء کے نام بتایئے جو متشاکل ہیں؟

2۔ کوئی پانچ مصنوعی اشیاء کے نام لکھیے جو تشاکل ہوں؟

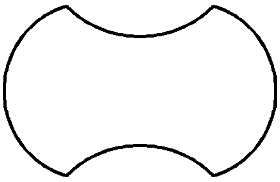
مشق - 1

1. ذیل میں چند اشکال دی گئی ہیں؟ ان میں کونسے اشکال تشاکل ہیں؟ متشاکل اشکال میں خط تشاکل کھینچیے۔

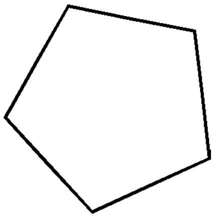




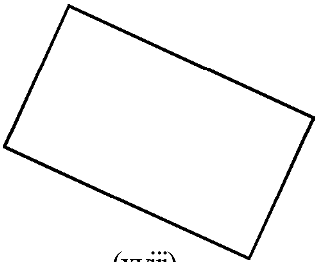
(xv)



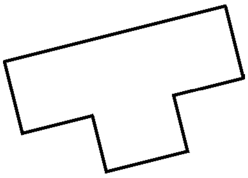
(xvi)



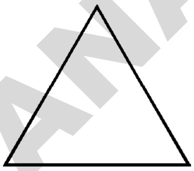
(xvii)



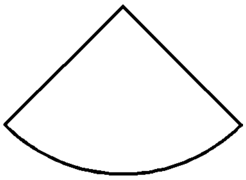
(xviii)



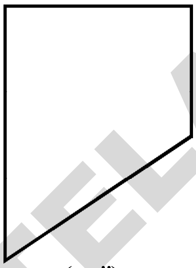
(xix)



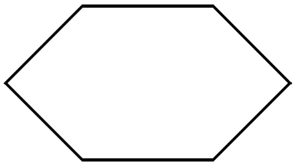
(xx)



(xxi)



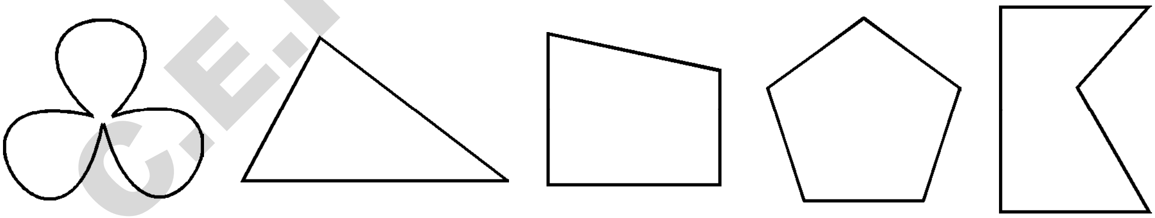
(xxii)



(xxiii)

15.1.1 Lines of symmetry for regular polygons

Look at the following closed figures.



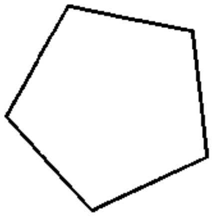
A closed figure made from several line segments is called a 'Polygon'. Which of the above figures are polygons?

Try This

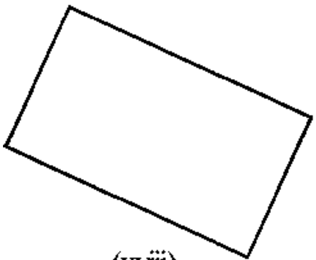
1. Can we make a polygon with less than three line segments?
2. What is the minimum number of sides of a polygon?

(xv)

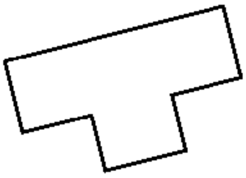
(xvi)



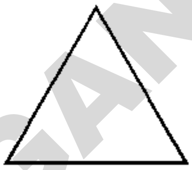
(xvii)



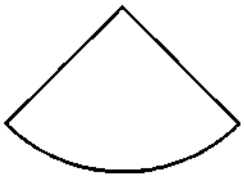
(xviii)



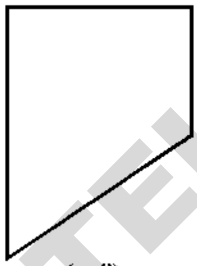
(xix)



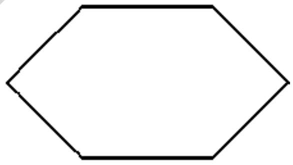
(xx)



(xxi)



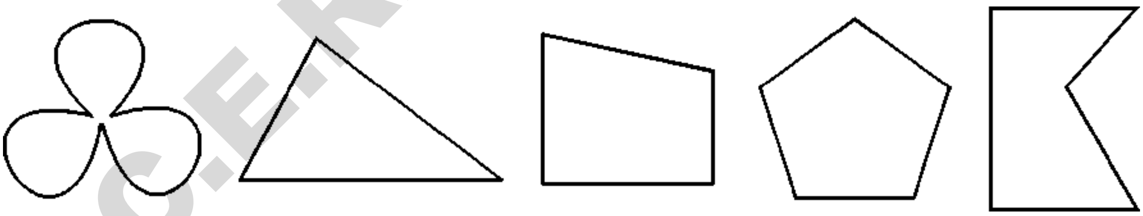
(xxii)



(xxiii)

15.1.1 منتظم کثیر ضلعی میں تشاکلی خطوط

ذیل کی بند اشکال دیکھیے۔



کئی خطی قطعوں سے مل کر بنی ہوئی بند شکل، کثیر ضلعی کہلاتی ہے۔اوپر دی گئی اشکال میں کونسی کثیر ضلعی ہیں؟

کوشش کیجیے:

1۔ کیا تین سے کم خطی قطعوں کی مدد سے کثیر ضلعی بنائی جا سکتی ہے؟

2۔ ایک کثیر ضلعی میں کم سے کم کتنے اضلاع ہوتے ہیں؟

Observe the different triangles below.

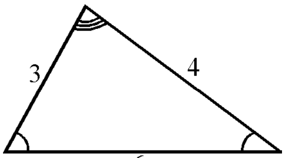


Figure 1

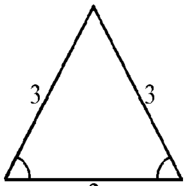


Figure 2

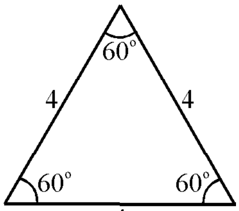
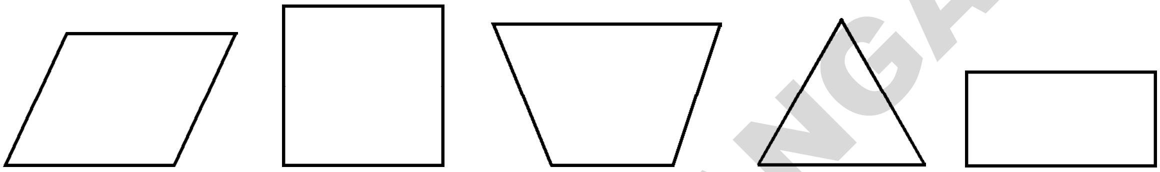


Figure 3

In Figure 3, the triangle has equal sides and congruent angles. It is thus called a regular polygon.

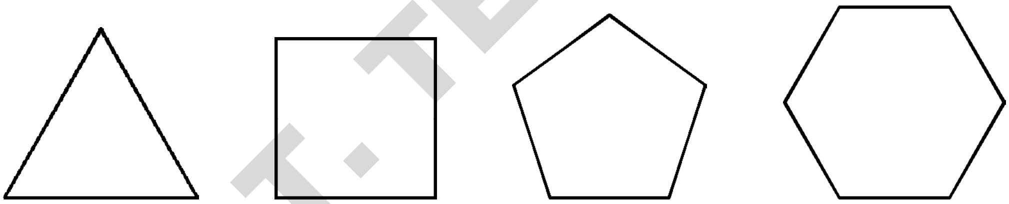
A polygon, with all sides and all angles equal is called a 'Regular Polygon'.

Which of the following polygons are regular polygons?



Parallelogram | Square | Trapezium | Equilateral triangle | Rectangle

Now draw axes of symmetry for the following regular polygons.



Equilateral Triangle | Square | Regular Pentagon | Regular Hexagon

Write down your conclusions in the table below.

Regular Polygon	No. of sides	No. of axes of symmetry
Equilateral Traingle	3	3
Square		
Pentagon		
Hexagon		

Did you find any relationship between the number of sides of a regular polygon and number of axes of symmetry? You will find that the number of sides is equal to number of axes of symmetry.

حسب ذیل مختلف قسم کے مثلثات کا مشاہدہ کیجیے۔

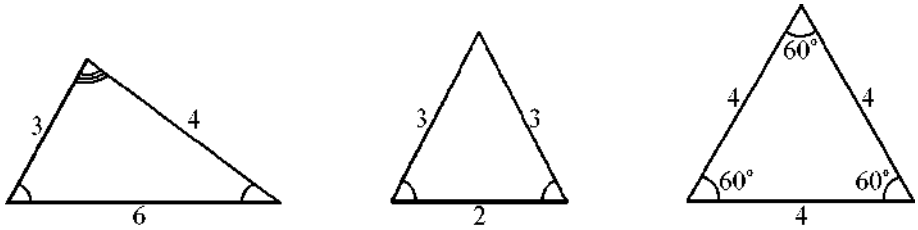
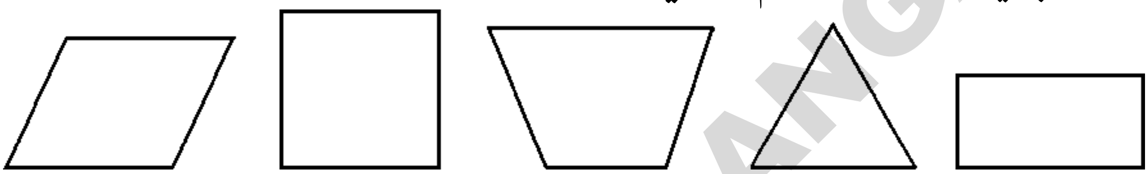


Figure 1   Figure 2   Figure 3

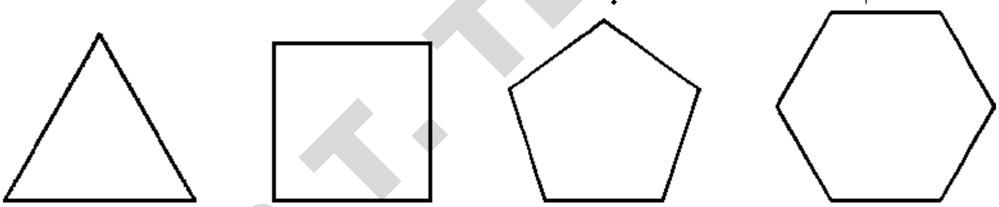
تیسری شکل میں مثلث کے تینوں ضلعے مساوی ہیں اور زاویے بھی مماثل ہیں۔ یہ منتظم کثیر ضلعی (Regular Polygon) کہلاتا ہے۔ ایسی کثیر ضلعی جس کے تمام ضلعے اور زاویے مساوی ہوں منتظم کثیر ضلعی کہلاتی ہے۔

حسب ذیل میں کونسے کثیر ضلعی، منتظم کثیر ضلعی ہیں؟



مستطیل   مساوی الاضلاع مثلث   منحرف   مربع   متوازی الاضلاع

حسب ذیل منتظم کثیر ضلعی کے تشاکلی خطوط کھینچیے۔



منتظم مسدس   منتظم مخمس   مربع   مساوی الاضلاع مثلث

اشکال دیکھ کر ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے؟

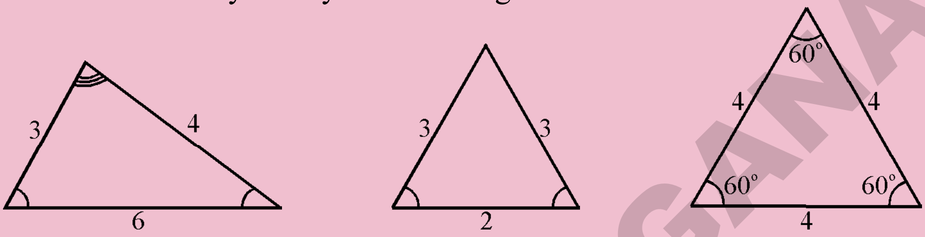
منتظم کثیر ضلعی	ضلعوں کی تعداد	تشاکلی محور کی تعداد
مساوی الاضلاع مثلث	3	3
مربع		
مخمس		
مسدس		

کیا آپ نے منتظم کثیر ضلعی کے ضلعوں کی تعداد اور تشاکلی خطوط میں کوئی رشتہ پایا ہے۔ آپ دیکھیں گے کہ منتظم کثیر ضلعی کے ضلعوں کی تعداد اور تشاکلی محوروں کی تعداد مساوی ہوگی۔

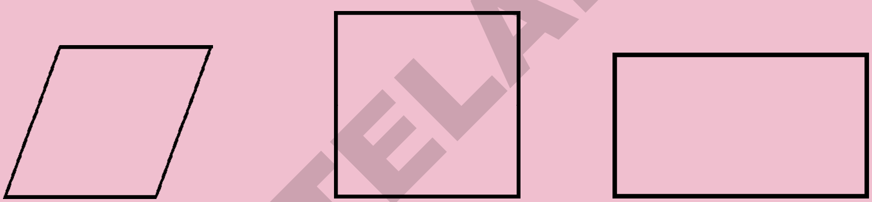
You can verify above result by tracing out all the four figures on a paper, cutting them out and actually folding each figure. Try this.

Try This

1. Given below are different types of triangles. Do all the triangles have the same number of lines of symmetry? Which triangle has more?



2. Given below are different types of quadrilaterals. Do all of them have the same number of lines of symmetry? Which quadrilateral has the most?



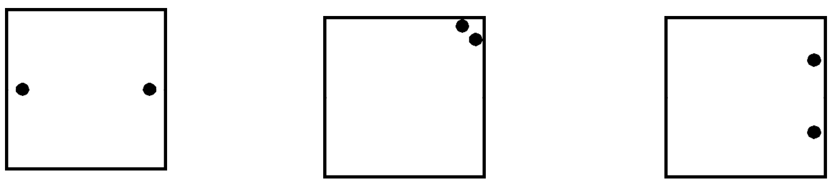
Rhombus Square Rectangle

Hint: You can trace the triangles and quadrilaterals on a tracing paper and actually fold each figure to find the axes of symmetry.

3. On the basis of above two cases, can we say that a regular polygon has the maximum number of axes of symmetry.

Exercise - 2

1. In the figures given below find the axes of symmetry such that on folding along the axis the two dots fall on each other.

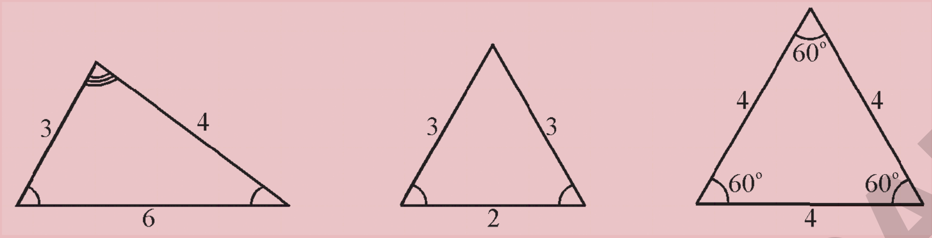


(i) (ii) (iii)

آپ ان اشکال کو (مومی کاغذ Trace Paper) پر اُتار کر ان کو کاٹ لیں اور ان کو موڑ کر تصدیق کر سکتے ہیں۔

کوشش کیجیے:

1۔ ذیل میں تین قسم کے مثلثات دیے گئے ہیں کیا تمام مثلثات مساوی تعداد میں تشاکلی محور رکھتے ہیں؟ کونسا مثلث زیادہ تشاکلی محور رکھتا ہے؟



2۔ ذیل میں مختلف قسم کے چار ضلعی کی اشکال دی گئی ہیں؟ کیا یہ تمام چار ضلعی مساوی تشاکلی محور رکھتے ہیں؟ کونسا چار ضلعی زیادہ تعداد رکھتا ہے؟

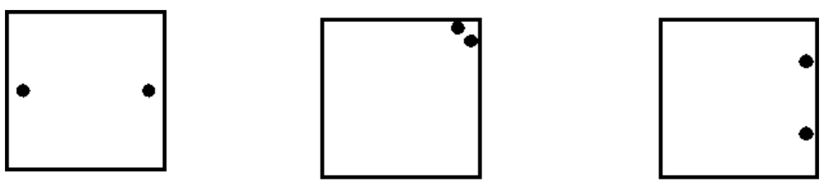
مستطیل　　　مربع　　　معین

اشارہ: آپ ان مثلثات اور چار ضلعی کو (مومی کاغذ Trace Paper) پر رکھ کر موڑ لیجیے تا کہ ان کے تشاکلی محور کو معلوم کر سکیں۔

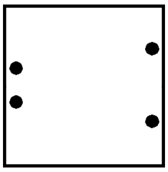
3۔ اوپر کی اشکال کو دیکھ کر ہم کہہ سکتے ہیں کہ منتظم کثیر ضلعی میں ہی سب سے زیادہ تعداد میں تشاکلی محور پائے جاتے ہیں۔

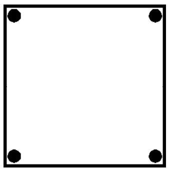
مشق - 2

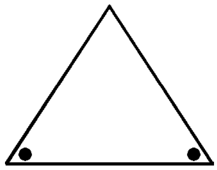
1. حسب ذیل شکلوں میں تشاکلی محور کی نشاندہی کیجیے اس طرح کہ شکل میں پائے جانے والے نقطے ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں۔

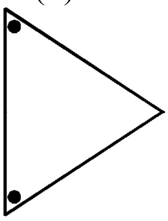


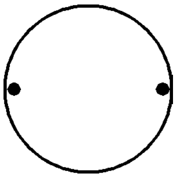
(iii)　　　(ii)　　　(i)

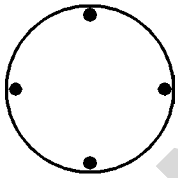

(iv)


(v)

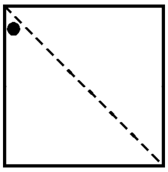

(vi)

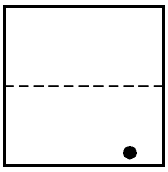

(vii)

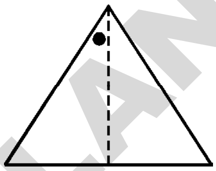

(viii)

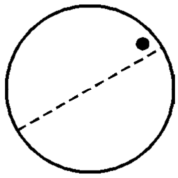

(ix)

2. Given the axes of symmetry for below figures. But only one part has a dot. Find the other dot.

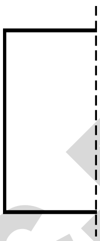

(i)

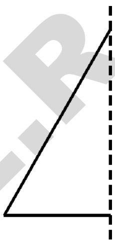

(ii)

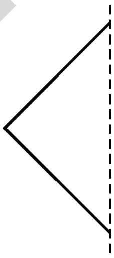

(iii)

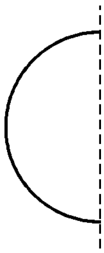

(iv)

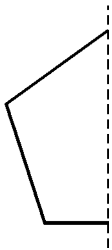
3. In the following incomplete figures, the mirror line (i.e. the line of symmetry) is given as a dotted line. Complete each figure, performing reflection on the dotted (mirror) line and draw in your notebook (You might perhaps place a mirror along the dotted line and look into the mirror for the image). Can you recall the name of the figure you complete?

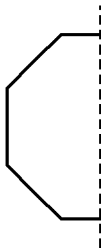

(i)


(ii)


(iii)


(iv)


(v)


(vi)

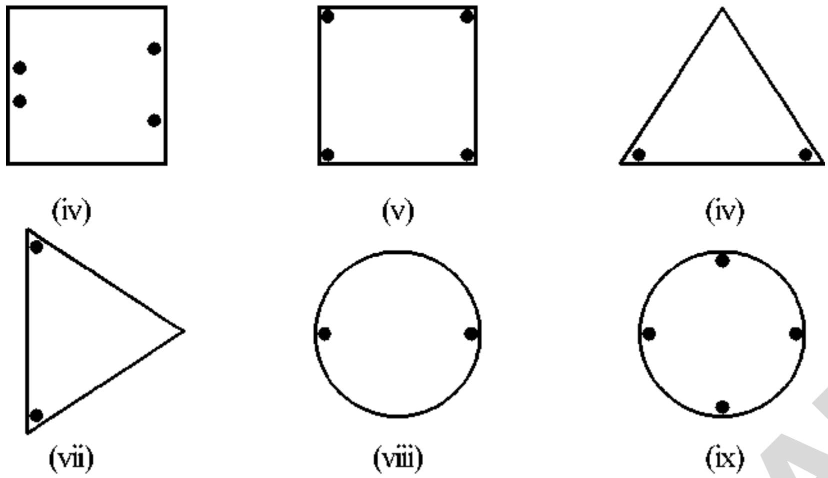
4. State whether the following statements are true or false.

(i) Every closed figure has an axis of symmetry. ( )

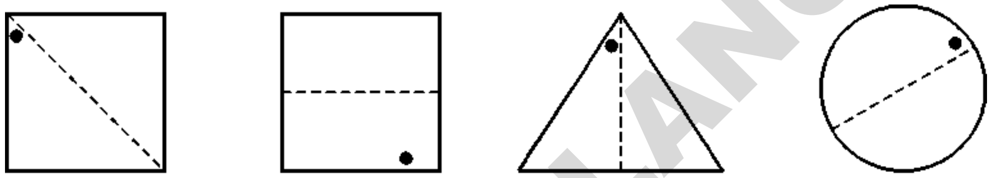
(ii) A figure with at least one axis of symmetry is called a symmetric figure. ( )

(iii) A regular polygon of 10 sides will have 12 axes of symmetry. ( )

5. Construct a square and draw all its axes of symmetry. Measure the angles between each pair of successive axes of symmetry. What do you notice? Does the same rule apply for other regular polygons?

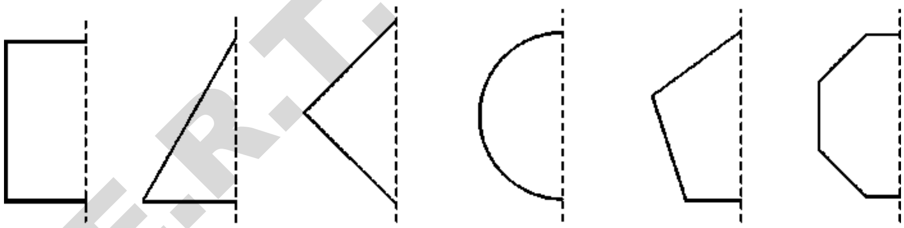


2۔ تشاکلی محور دیا گیا ہے۔ شکل میں دوسرے نقطے کی نشاندہی کیجیے۔



(i) (ii) (iii) (iv)

3۔ ذیل میں نامکمل اشکال دی گئی ہیں۔ تشاکلی خط بھی دیا گیا ہے۔ تشاکلی خط کی دوسری جانب دی گئی شکل کی متشاکل شکل اتار کر ان شکلوں کو مکمل کیجیے؟ کیا آپ ان ادھوری اشکال کو دیکھ کر ان بند شکلوں کو پہچان سکیں گئے۔



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

4۔ حسب ذیل بیانات صادق ہیں یا کاذب بتلائیے۔

i) ہر بند شکل میں تشاکلی محور پایا جاتا ہے۔ (   )

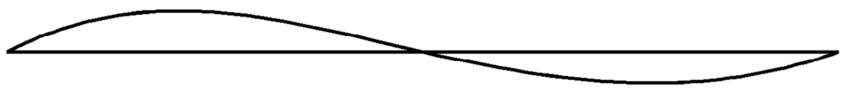
ii) ایسی شکل جس میں کم از کم ایک تشاکلی محور پایا جائے اُسے تشاکلی شکل کہتے ہیں (   )

iii) منتظم کثیر ضلعی جس کے 10 ضلعے ہوں اس میں 12 تشاکلی محور پائے جاتے ہیں (   )

5۔ ایک مربع بنائے اور اس کے تمام تشاکلی خطوط بنائے، ہر تشاکلی خط کے جوڑ میں بننے والے زاویہ کی پیمائش کیجیے۔ آپ نے کیا غور کیا؟ کیا یہ اُصول دوسرے منتظم کثیر ضلعی پر لاگو ہوتا ہے۔

15.2 Rotational Symmetry

Activity 1 : Trace the following diagram onto a tracing paper.



Try to fold the diagram so that its two parts coincide. Is this diagram symmetric?

Now, let us try to match the different positions of the diagram in another way. Draw the above diagram on a piece of paper. Mark a point 'O'at the centre and name the four edges of the paper A,B,C,D as shown in Figure 1.

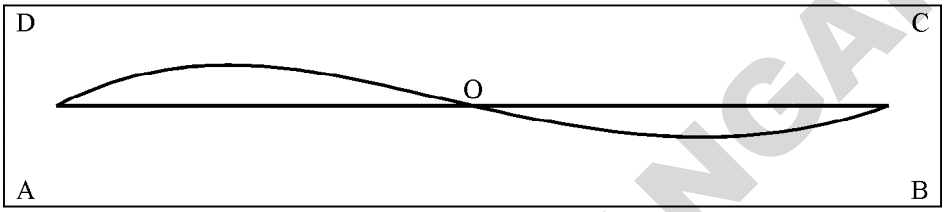


Figure 1

Rotate the paper around the marked point 'O' for 180°.

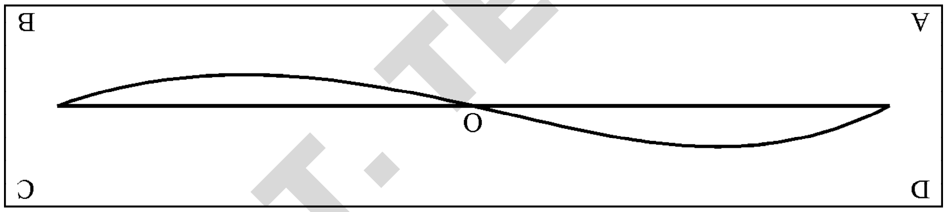


Figure 2

What do you notice in Figure 2? Does this diagram look different from the previous one?

Due to the rotation, the points A,B,C,D have changed position however the diagram seems to be unchanged. This is because the diagram has rotational symmetry.

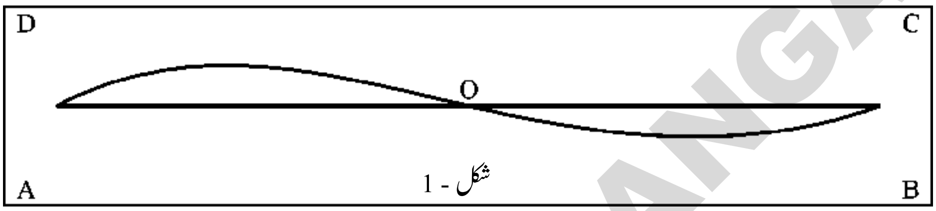
Activity 2 : Lets make a wind wheel

- Take a square shaped paper.
- Fold it along the diagonals.
- Starting from one corner, cut the paper along the diagonals towards the centre, up to one fourth of the length of the diagonal. Do the same from the remaining corners.
- Fold the alternate corners towards the centre as shown in the figure.
- Stick the folded corners if required and fix the mid point to a stick with a pin so that the paper rotates freely.

15.2 گھماؤ تشاکل

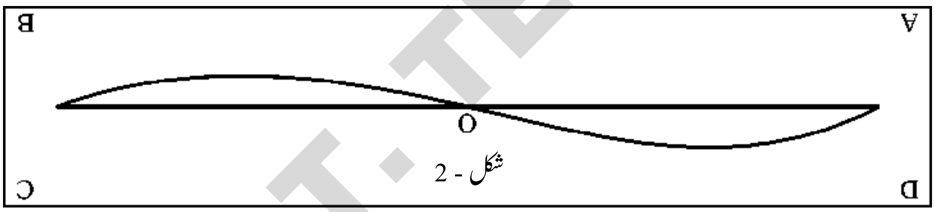
مشغلہ 1:- موی کاغذ پر حسب ذیل شکل کو اتاریئے۔

شکل کو اس طرح موڑئے کہ اس کے دو حصّے ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں کیا یہ تشاکلی شکل ہے؟ اب اس شکل کو دوسرے طریقے پر موڑنے کی کوشش کریں گے۔ اس شکل کو دوسرے کاغذ پر اتاریئے اور ان کے مشترک نقطہ کو 'O' اور اس کاغذ کے چاروں کناروں کو A، B، C، D سے موسوم کیجیے۔ جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا۔



شکل - 1

اس شکل کو 180^{o} درجہ پر گھمائیے۔



شکل - 2

آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟ کیا شکل سابقہ شکل سے مختلف نظر آ رہی ہے؟ 180^{o} درجہ پر گھمانے سے چاروں نقطے ABCD کے مقامات میں تبدیل ہو گئے لیکن لگتا ہے کہ شکل تبدیل نہیں ہوئی۔ کیوں کہ اس شکل میں گھماؤ تشاکل (Rotational symmetry) ہے۔

مشغلہ 2: کاغذ کی ہوائی چرخیاں (Wind Wheel) بنائیں گے۔

☆ ایک مربعی شکل میں کاغذ لیجیے۔

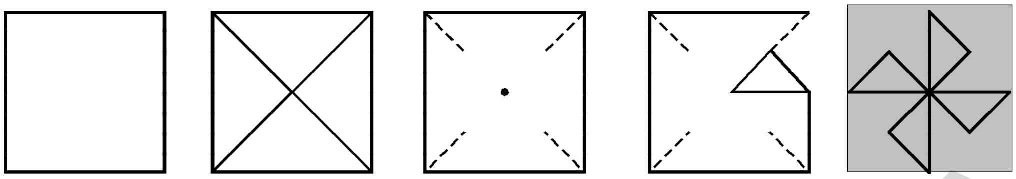
☆ اس کے وتروں کو موڑ لیجیے۔

☆ کونے سے وتر کو مرکز تک کاٹ لیجیے اس طرح کہ وتر کا ایک چوتھائی حصّہ کٹ جائے۔

☆ متبادل کونوں کو مرکز تک موڑ لیجیے۔

☆ مرکز کو کسی تیلی (کاڑی) یا پن کی مدد سے جوڑ لیجیے اس طرح کہ کاغذ با آسانی گھوم سکے۔

• Face it in the opposite direction of the wind. You will find it rotates



Now, let us rotate the wind-wheel by 90º. After each rotation of 90º you will see that the wind-wheel looks exactly the same. The wind-wheel has rotational symmetry.

Thus, if we rotate a figure, about a fixed point by a certain angle and the figure looks exactly the same as before, we say that the figure has rotational symmetry.

15.2.1 Angle of Rotational Symmetry

We know that the square has line symmetry and 4 axes of symmetry. Now, let us see if the square has rotational symmetry.

Consider a square as in Figure (i) with P as one of its corners with two axes of symmetry.

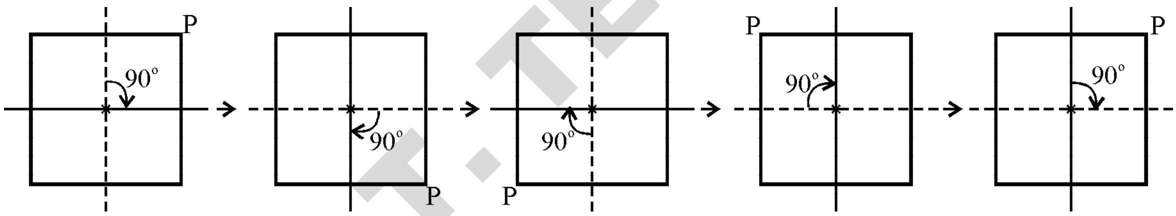


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4 Figure 5

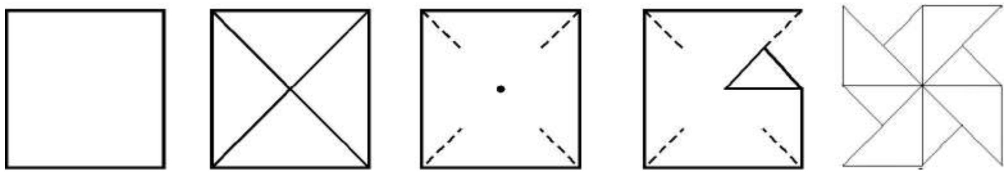
Let Figure 1 represent the initial position of square.

Rotate the square by 90 degrees about the centre. This quarter turn will lead to Figure 2. Note the position of P. In this way, rotate the square again through 90 degrees and you get Figure 3. When we complete four quarter turns, the square reaches its original position as in Figure 5. After each turn of 90º, the square looks exactly like it did in its original position. Hence, the square has rotational symmetry.

In the above activity all the positions in figure 2, figure 3, figure 4 and figure 5 obtained by the rotation of the first figure through 90^0, 180^0, 270^0 and 360^0 look exactly like the original figure 1. Minimum of these i.e., 90^0 is called the angle of rotational symmetry.

The minimum angle rotation of a figure to get exactly the same figure as original is called the "angle of rotational symmetry" or "angle of rotation".

☆ اس کا رُخ ہوا کی مخالف سمت میں کیجیے یہ گھومنے لگے گا۔



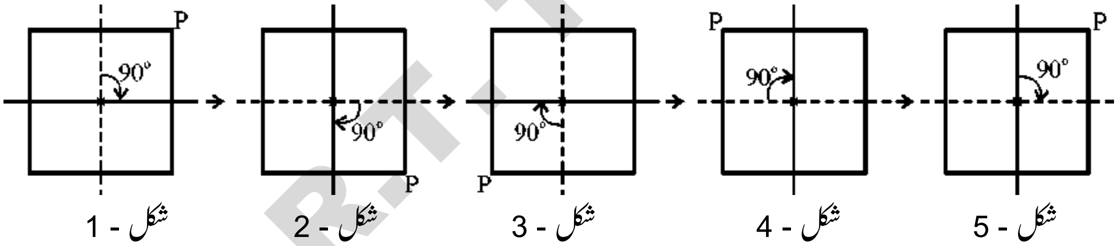
اس ہوائی چرخی (Wind Wheel) کو 90^o پر گھمائے۔ ہر مرتبہ گھمانے پر آپ دیکھیں گے کہ اس ہوائی چرخی کی شکل پہلے جیسی ہی معلوم ہوگی۔یعنی ہوائی چرخی میں بھی گھماؤ تشاکل ہے۔

بہرکیف اگر ہم کسی شکل کو مرکز سے کسی زاویے پر گھمانے پر اگر پہلی جیسی شکل نظر آ رہی ہو تو ہم کہہ سکتے ہیں کہ وہ شکل گھماؤ تشاکل رکھتی ہے۔

15.2.1 گھماؤ تشاکل کا زاویہ:-

ہم جانتے ہیں کہ مربع میں خطی تشاکل ہے اور 4 تشاکلی محور پائے جاتے ہیں آیئے دیکھتے ہیں کہ مربع میں کیا گھماؤ تشاکل پایا جاتا ہے؟

شکل (1) کے مربع کا مشاہدہ کیجیے اس کے ایک کونے کو بطور p نشاندہی کیجیے اور دو محور تشاکل اتاریئے۔



پہلی شکل میں مربع اپنی ابتدائی صورت میں موجود ہے۔

مربع کو 90^o پر گھمائے دوسری شکل حاصل ہوگی۔مزید اس کو 90^o پر گھمایا جائے تو شکل 3 حاصل ہوگی۔ جب اسی طرح چار مرتبہ گھمایا جاتا ہے تب مربع اپنے پہلے مقام پر آ جائے گا۔ ہر مرتبہ گھمانے پر مربع کی شکل پہلی جیسی نظر آئے گی۔کونہ P کی جانب سے مشاہدہ کیجیے۔لہذا مربع میں گھماؤ تشاکل ہے۔

اوپر کے مشغلہ میں مربع کی تمام صورتیں (ii) (iii) اور (iv) اشکال، پہلی شکل کو 90^o ، 180^o ، 270^o ، 360^o پر گھمانے پر حاصل ہوئیں اور یہ تمام شکلیں اپنی پہلی شکل جیسے ہی نظر آئیں۔

ان میں اقل ترین زاویہ 90^o گھماؤ تشاکل کا زاویہ کہلاتا ہے۔

وہ اقل ترین زاویہ جس پر کسی شکل کو گھما کر وہی شکل حاصل کی جائے ''گھماؤ تشاکل کا زاویہ'' کہلاتا ہے۔

Do This

1. What is the angle of rotational symmetry of a square?
2. What is the angle of rotational symmetry of a parallelogram?
3. What is the angle of rotational symmetry of a circle?

15.2.2 Order of rotational symmetry

In the above activity, the angle of rotational symmetry of square is 90^0 and the figure is turned through the angle of rotational symmetry for 4 times before it comes to original position. Now we say that the square has rotational symmetry of order 4.

Consider an equilateral triangle. Its angle of rotational symmetry is 120^0. That means it has to be rotated 120^o about its centre for 3 times to get exactly the same position as the original one. So the order of rotational symmetry of a equilateral triangle is 3.

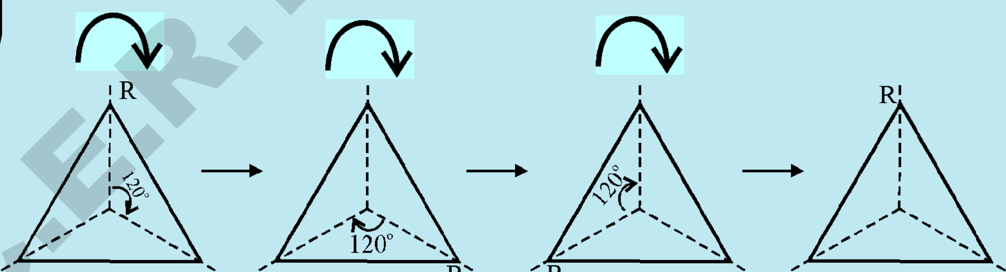
By these examples we conclude that the number of times a figure, rotated through its angle of rotational symmetry before it comes to original postion is called order of rotational symmetry.

Let us conclude from the above examples

- The centre of rotational symmetry of a square is its intersection point of its diagonals.
- The angle of rotational symmetry for a square is 90^0.
- The order of rotational symmetry for a sqaure is 4.

Try This

1. (i) Can you now tell the order of rotational symmetry for an equilateral triangle.



(i) (ii) (iii) (iv)

(ii) How many lines of symmetry are there in each figure?

(iii) What is the angle between every adjacent axes?

2. Look around you. Name 5 objects having rotational symmetry.

Note: It is important to understand that all figures have rotational symmetry of order 1, as can be rotated completely through 360^o to come back to its original position. So we say that an object has rotational symmetry, only when the order of symmetry is more than 1.

یہ کیجیے

1۔ مربع کا گھماؤ تشاکل کا زاویہ کتنا ہے؟

2۔ متوازی الاضلاع کے گھماؤ تشاکل کا زاویہ کتنا ہے؟

3۔ دائرہ کا گھماؤ تشاکل کا زاویہ کتنا ہے؟

15.2.2 گھماؤ تشاکل کا درجہ

اوپر کے مشغلہ میں ہم نے مربع گھماؤ تشاکل میں زاویہ 90^{0} لیا۔ مربع پہلی صورت اختیار کرنے لے لیے 4 مرتبہ گھمانا پڑے گا یعنی مربع کا گھماؤ تشاکل کا درجہ 4 ہوگا۔

ایک مساوی الاضلاع مثلث لیجیے۔ اسکا گھماؤ تشاکل کا زاویہ 120^{0} ہوگا۔ یعنی اگر اسی مثلث کو تین مرتبہ گھمایا جائے تب وہ اپنی پہلی صورت اختیار کرے گا۔ یعنی یہ کہا جاسکتا ہے کہ مثلث کا گھماؤ تشاکل کا درجہ 3 ہے۔

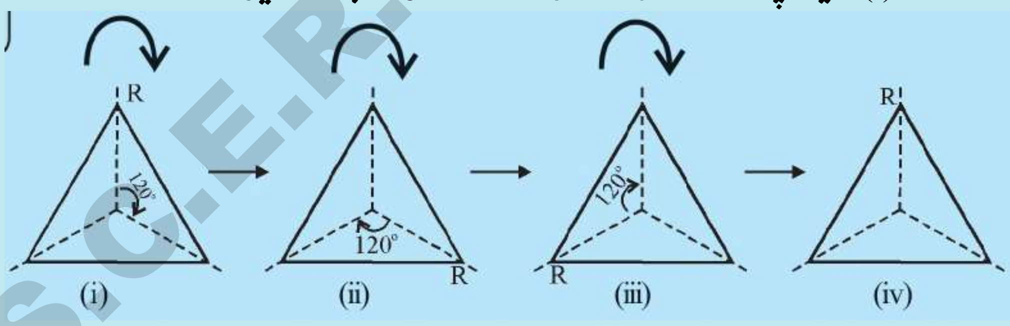
ان مثالوں کے ذریعہ ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی شکل کو گھماؤ تشاکل کے زاویہ پر گھمایا جائے اور وہ اپنی پہلی صورت اختیار کرنے کے لیے جتنی مرتبہ گھمایا گیا اس کو گھماؤ تشاکل کا درجہ کہتے ہیں۔

ان مثالوں کے ذریعہ ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ

- مربع کے گھماؤ تشاکل کا محور اس کے وتروں کا مشترک نقطہ ہوتا ہے۔
- مربع کا گھماؤ تشاکلی کا زاویہ 90^{0} ہے۔
- مربع کا گھماؤ تشاکل کا درجہ 4 ہے۔

یہ کیجیے:

1۔ (i) کیا آپ مثلث مساوی الاضلاع کے گھماؤ تشاکل کا درجہ بتا سکتے ہیں۔



(ii) کتنے تشاکلی خطوط ہیں؟

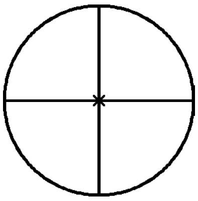
(iii) ان کے محوروں کے درمیان کتنا زاویہ بنتا ہے؟

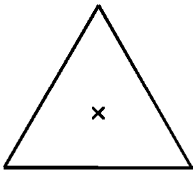
2۔ اپنے اطراف و اکناف کا جائزہ لیجیے اور دیکھے کہ کتنے اشکال گھماؤ تشاکل ہیں؟

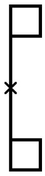
نوٹ: یہ بات جاننا بے حد ضروری ہے کہ ہر شکل کم از کم گھماؤ تشاکل کا درجہ ایک (1) ضرور رکھتی ہے۔ یعنی اسکو اگر 360^{0} پر گھمایا جائے تو وہی شکل حاصل ہوگی۔ اسلئے ہم صرف انہیں اشکال کو گھماؤ تشاکل اشکال کہتے ہیں جن کا گھماؤ تشاکلی درجہ 1 سے زیادہ ہو۔

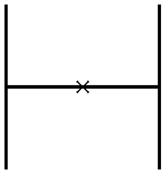
Exercise - 3

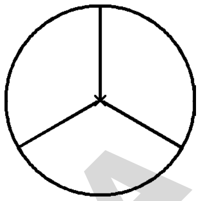
1. Which of the following figures have rotational symmetry of order more than 1?


(i)

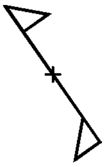

(ii)

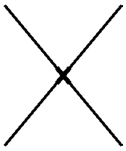

(iii)

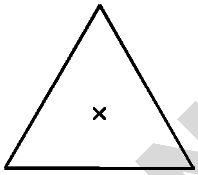

(iv)

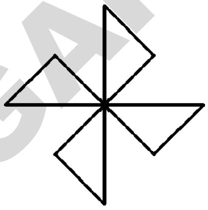

(v)

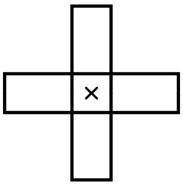
2. Give the order of rotational symmetry for each figure.

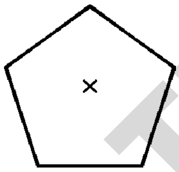

(i)

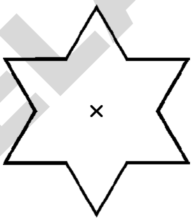

(ii)


(iii)


(iv)


(v)


(vi)


(vii)

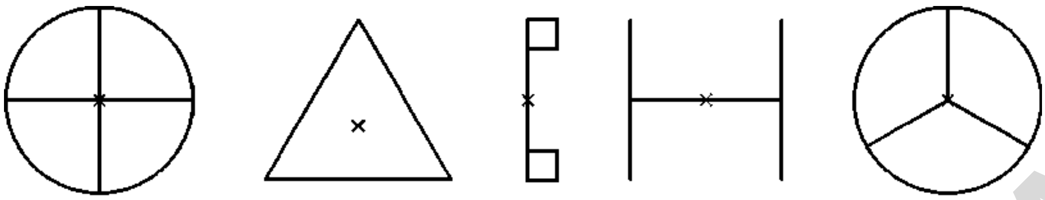

(viii)

3. Draw each of the shapes given below and fill in the blanks.

Shape	Centre of Rotation (intersection of diagonals/ Intersection of axes of symmetry)	Angle of Rotation	Order of Rota -tion
Square			
Rectangle			
Rhombus			
Equilateral Triangle			
Regular Hexagon			
Circle			
Semi-circle			

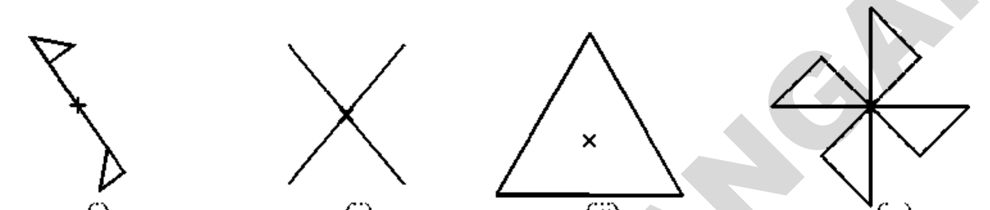
مشق - 3

1۔ حسب ذیل اشکال میں کونسی اشکال گھماؤ تشاکلی درجہ ایک سے زیادہ رکھتی ہیں؟

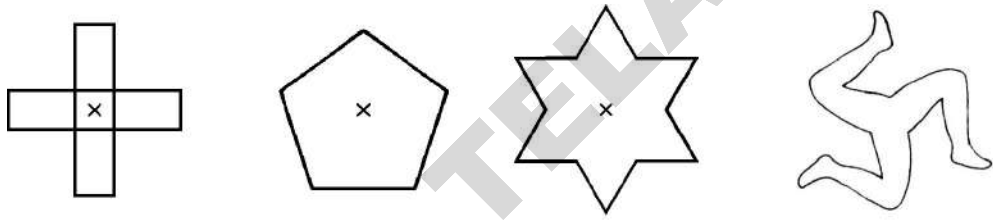


(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2 ۔ ہر شکل کے گھماؤ تشاکل کا درجہ بتایئے۔



(i) (ii) (iii) (iv)



(v) (vi) (vii) (viii)

3۔ جدول میں دی گئی اشکال اتار کر جدول کو مکمل کیجیے۔

صورت	گھماؤ کا مرکز (وتروں کا تقاطع)/ تشاکلی محوروں کا تقاطع	گھماؤ زاویہ	گھماؤ درجہ
مربع			
مستطیل			
معین			
مساوی الاضلاع مثلث			
منتظم مسدس			
دائرہ			
نصف دائرہ			

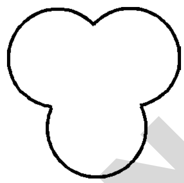
15.3 Line symmetry and rotational symmetry

By now you must have realised that some shapes only have line symmetry and some have only rotational symmetry (of order more than 1) and some have both. Squares and equilateral triangles have both line and rotational symmetry. The circle is the most perfect symmetrical figure, because it can be rotated about its centre through any angle and it will look the same. A circle also has unlimited lines of symmetry.

Example 1 : Which of the following shapes have line symmetry? Which have rotational symmetry?


(i)


(ii)


(iii)

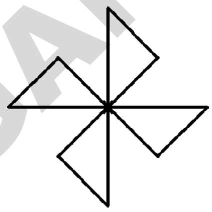

(iv)

Figure	Line symmetry	Rotational symmetry
1.	Yes	No
2.	No	Yes
3.	Yes	Yes
4.	No	Yes

Activity 3 :

- Take a square shaped paper.
- Fold it in the middle vertically first, then horizontally.
- Then fold along a diagnal such that the paper takes a triangular shape (Figure 4).
- Cut the folded edges as shown in the figure or as you wish (Figure 5).
- Now open the piece of paper.

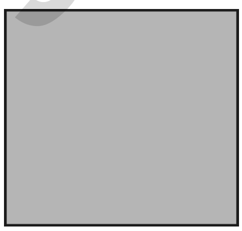


Figure 1

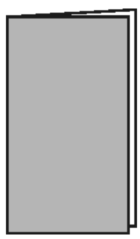


Figure 2

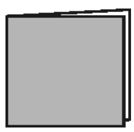


Figure 3

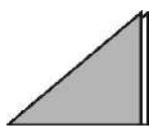


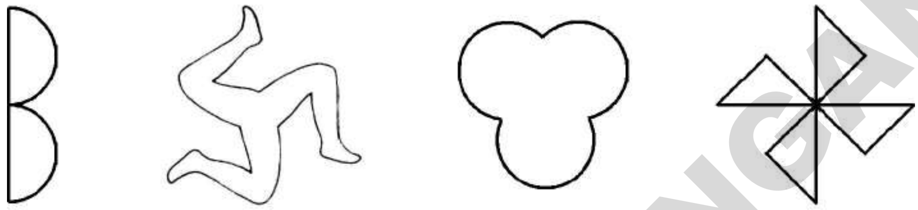
Figure 4


Figure 5

15.3 خطی تشاکل اور گھماؤ تشاکل

ہم نے مشاہدہ کرلیا کہ چند اشکال خطی تشاکل اور چند اشکال گھماؤ تشاکل (اگر درجہ 1 سے زائد ہو) اور چند اشکال دونوں تشاکل رکھتے ہیں۔مربع اور مثلث مساوی الاضلاع دونوں یعنی خطی اور گھماؤ تشاکل ہوتے ہیں ۔گھماؤ تشاکل کے لیے دائرہ ،موزوں مثال ہے۔کیوں کہ دائرہ کو کتنے بھی زاویے پر گھمائیں وہی شکل حاصل ہوگی ۔دائرہ میں بھی لامتناہی تشاکلی محور ہوتے ہیں۔

مثال 1: ذیل کی اشکال میں کونسے خطی تشاکل اور کونسے گھماؤ تشاکل ہیں؟



(i) (ii) (iii) (iv)

شکل	خطی تشاکل	گھماؤ تشاکل
1	ہاں	نہیں
2	نہیں	ہاں
3	ہاں	ہاں
4	نہیں	ہاں

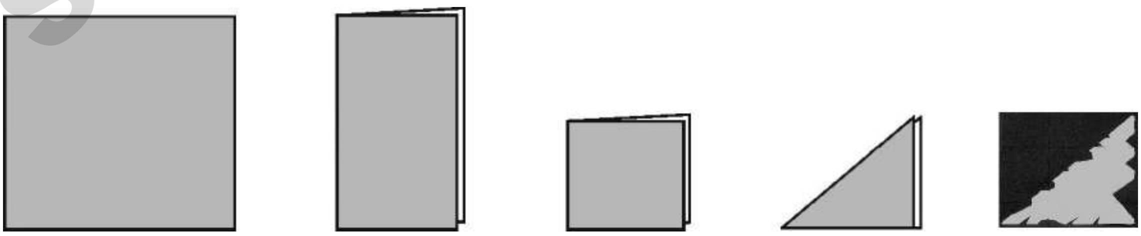
مشغلہ 3: ☆ مربعی شکل کا کاغذ لیجیے:

☆ اس کو پہلے افقی طور پر پھر عمودی طور پر موڑ لیجیے۔

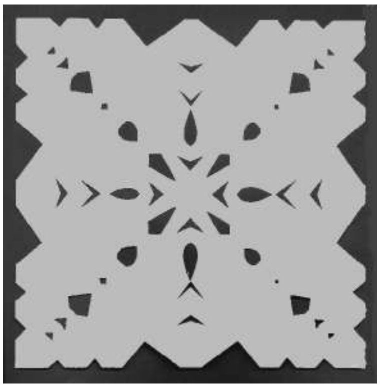
☆ اس کے بعد اس کو وتر کے گرد موڑ یئے جس طرح کہ شکل 4 میں دکھلایا گیا۔

☆ شکل 5 کی طرح یا حسب مرضی اس کو کاٹ لیجیے۔

☆ اب کاغذ کو کھول لیجیے



شکل 1 شکل 2 شکل 3 شکل 4 شکل 5



(i) Does this paper (after design cut) has line symmetry? If it has then how many lines of symmetry?

(ii) Does this paper has rotational symmetry?

Exercise - 4

1. Some english alphabets have fascinating symmetrical structures. Which capital letters have only one line of symmetry (like E)? Which capital letters have rotational symmetry of order 2 (like I)?

Examine and fill the following table, thinking along such lines.

Alphabets	Line symmetry	Number of lines symmetry	Rotational symmetry	Order of rotational symmetry
Z	No	0	Yes	2
S				
H				
O				
E	Yes	1	No	-
N				
C				

Home Project

Collect pictures of symmetrical figures from newspapers, magazines and advertisement pamphlets. Draw the axes of symmetry over them. Classify them.

(i) کیا یہ کاغذ خطی تشاکل رکھتا ہے؟ اگر ہاں تب کتنے تشاکلی خطوط رکھتا ہے؟

(ii) کیا یہ کاغذ گھماؤ تشاکل رکھتا ہے؟

مشق - 4

1۔ انگریزی کے چند حروف تہجی گھماؤ تشاکل کی نوعیت رکھتے ہیں۔ کونسے حروف میں صرف ایک تشاکلی خط پایا جاتا ہے؟ (مثلاً E) کونسے حروف تہجی میں گھماؤ تشاکل کا درجہ 2 ہوتا ہے۔ (مثلاً I)؟

ذیل کی جدول کو مکمل کیجیے۔

حروف	خطی تشاکل	تشاکل خط کی تعداد	گھماؤ تشاکل	گھماؤ تشاکل کا درجہ
Z	نہیں	0	ہاں	2
S				
H				
O				
E	ہاں	1	نہیں	
N				
C				

گھر کے لیے منصوبہ:۔

مختلف اخبارات، میگزین، اشتہاری پمفلٹ سے متشاکلی اشکال جمع کیجیے۔ ان کے تشاکلی محور بنائیے اور ان کی درجہ بندی کیجیے۔

Looking Back

- The line which divides a figure into two identical parts is called the line ofsymmetry or axis of symmetry.
- An object can have one or more than one lines of symmetry or axes of symmetry.
- If we rotate a figure, about a fixed point by a certain angle and the figure looks exactly the same as before, we say that the figure has rotational symmetry.
- The minimum angle rotation of a figure to get exactly the same figure as original is called the "angle of rotational symmetry" or "angle of rotation".
- All figures have rotational symmetry of order 1, as can be rotated completely through 360º to come back to their original position. So we say that an object has rotational symmetry only when the order of symmetry is more than 1.
- Some shapes only have line symmetry and some have only rotational symmetry and some have both. Squares, equilateral triangles and circles have both line and rotational symmetry.

J1S6G7

ہم نے کیا سیکھا؟

☆ وہ خط جو کسی شکل کو دو مماثلی حصّوں میں بانٹتا ہے اس خط کو تشاکلی خط یا تشاکلی محور کہتے ہیں۔

☆ کوئی بھی شیئے ایک یا ایک سے زائد تشاکلی خط رکھ سکتی ہے۔

☆ اگر کسی شکل کو ایک نقط پر کسی زاویے پر گھمائیں اور بننے والی شکل پہلی شکل جیسی ہو تب وہ گھماؤ تشاکل میں ہو گی۔

☆ گھماؤ تشاکل میں جس زاویہ سے گھمایا جاتا ہے اس کو زاویہ گھماؤ کہتے ہیں۔

☆ ہر شکل 360° زاویہ پر گھماؤ تشاکل میں پائی جاتی ہے چونکہ وہ اپنی سابقہ حالت میں لوٹ کر آجائیگی۔ لہٰذا کوئی شکل اسی وقت گھماؤ تشاکل میں واقع ہوگی جبکہ اس کا گھماؤ درجہ ایک سے زیادہ ہو۔

☆ چند اشکال میں صرف خطی تشاکل ہوتا ہے چند میں گھماؤ تشاکل اور چند تشاکل میں گھماؤ اور خطی دونوں قسم کے تشاکل پائے جاتے ہیں۔ مربع مساوی الاضلاع مثلث اور دائرہ میں دونوں قسم کے تشاکل پائے جاتے ہیں۔

10 - Algebraic Expressions

Exercise - 1

(1) (i) $3n$ (ii) $2n$

(2) (i) • In fig. 4 number of coloured tiles will be 4 on each side.

• In fig. 5 number of coloured tiles will be 5 on each side.

(ii) Algebraic expression for the pattern = 4n ; 4, 8, 12, 16, 20 . . . . . expression = 4n

(iii) Algebraic expression for the pattern = 4n + 1 ; 9, 13, 17, 21 . . .. expression = 4n + 1

(3) (i) $p + 6$ (ii) $x - 4$ (iii) $y - 8$ (iv) $-5q$ (v) $y \div 4$ or $\frac{y}{4}$

(vi) $\frac{1}{4}$ of pq or $\frac{pq}{4}$ (vii) $3z+5$ (viii) $10+5x$ (ix) $2y - 5$ (x) $10y + 13$

(4) (i) ' 3 more than x' or 3 is added to x (ii) 7 is substracted from 'y'

(iii) l is multiplied by 10. (iv) x is divided by 5

(v) m is multiplied by 3 and added to 11

(vi) y is multiplied by 2 and subtracted 5 or 5 is subtracted from 2 times of y.

(5) (i) Constant (ii) Variable (iii) Constant (iv) Variable

Exercise - 2

(1) (i) $(a^2, -2a^2)$ (ii) $(-yz, 2zy)$ (iii) $(-2xy^2, 5y^2x)$ (iv) $(7p, -2p, 3p)$ and $(8pq, -5pq)$

(2) Algebaric expression : Problem Numbers : i, ii, iv, vi, vii,ix, xi

Numerical expression : Problem Numbers : iii, v, viii, x

(3) Monomial i, iv, vi ; binomial : ii, v, vii ; trinomial : iii, viii, ix, multinomial : x

(4) (i) 1 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 4 (v) 2 (vi) 3 (5) (i) 1 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 3

(v) 4 (vi) 2 (6) $xy + yz$ $2x^2 + 3x + 5$

Exercise - 3

(1) 3a + 2a = 5a (2) (i) $13x$ (ii) $10x$ (3) (i) $3x$ (ii) $-6p$ (iii) $11m^2$

(4) (i) -1 (ii) 4 (iii) -2 (5) -9 (6) $2x^2 + 11x - 9, -23$ (7) (i) 3 (ii) 5 (iii) -1

(8) 54 cm × cm = 54 cm² (9) ₹. 90

(10) $s = \frac{d}{t} = \frac{135\,mt}{10\,\text{sec}} = \frac{27}{2}\,mt./Sec.,$ or $13\frac{1}{2}\,mt./Sec.,$ or $13.5\,mt./Sec.,$

Exercise - 4

(1) (i) $-5x^2 + xy + 8y^2$ (ii) $10a^2 + 7b^2 + 4ab$ (iii) $7x + 8y - 7z$ (iv) $-4x^2 - 5x$

(2) $7x + 9$ (3) $18x - 2y$ (4) $5a + 2b$

(5) (i) a+2b (ii) (2x+3y+4z) (iii) $(-4ab - 8b^2)$ (iv) $4pq - 15p^2 - 2q^2$

10 - الجبری عبارتیں

مشق 1

(1) (i) $2n$ (ii) $2n$

(2) (i) • شکل 4 میں ہر جانب مربعوں کی تعداد 4 ہونی چاہیے
• شکل 5 میں ہر جانب مربعوں کی تعداد 5 ہونی چاہیے

(ii) الجبری عبارت کی ترتیب $= 4n$; $4, 8, 12, 16, 20 \ldots\ldots = 4n$

(iii) الجبری عبارت کی ترتیب $= 4n+1$; $9, 13, 17, 21 \ldots\ldots = 4n+1$

(3) (i) $p+6$ (ii) $x-4$ (iii) $y-8$ (iv) $-5q$ (v) $y \div 4$ or $\frac{y}{4}$

(vi) $\frac{1}{4}$ کا pq یا $\frac{pq}{4}$ (vii) $5+3z$ (viii) $5x+10$ (ix) $2y-5$ (x) $10y+13$

(4) (i) x میں 3 جمع کرنے پر یا x سے 3 زیادہ ہے (ii) y میں سے 7 تفریق کرنے پر

(iii) c کو 10 سے ضرب دینے پر (iv) x کو 5 سے تقسیم کرنے پر

(v) n کو 3 سے ضرب دے کر حاصل میں 11 جمع کرنے پر

(vi) 5 کو دُگنے میں سے y تفریق کرنے پر یا y کو 2 سے ضرب دے کر حاصل میں سے 5 تفریق کرنے پر

(5) (i) مستقل (ii) متغیر (iii) مستقل (iv) متغیر

مشق 2

(1) (i) $(a^2, -2a^2)$ (ii) $(-yz, 2zy)$ (iii) $(-2xy, 5y^2x)$ (iv) $(7p, -2p, 3p)$ اور $(8pq, -5pq)$

(2) الجبری عبارتیں ہیں :(سوالات): i, ii, iv, vi, vii, ix, xi
عددی فقرے :(سوالات): iii, v, viii, x

(3) ایک رکنی ہیں i, iv, vi ; دو رکنی ہیں : ii, v, vii ; سہ رکنی یا کثیر رکنی ہے : iii, viii, ix, x

(4) (i) 1 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 4 (v) 2 (vi) 3 (5) (i) 1 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 3

(v) 4 (vi) 2 (6) $xy+yz$ $2x^2+3x+5$

مشق 3

(1) $3a+2a=5a$ (2) (ix) $13x$ (ii) $10x$ (3) (i) $3x$ (ii) $-6p$ (iii) $11m^2$ (4) (i) -1

(ii) 4 (iii) -2 (5) -9 (6) $2x^2+11x-9-23$ (7) (i) 3 (ii) 5 (iii) -1 (8) $54\text{ cm}\times\text{cm} = 54\text{ cm}^2$

(9) 90 روپے (10) $s = \frac{d}{t} = \frac{135 \text{ میٹر}}{10\text{sec}} = \frac{27}{2}$ میٹر فی سکنڈ., یا $13\frac{1}{2}$ میٹر فی سکنڈ , یا 13.5 میٹر فی سکنڈ

مشق 4

(1) (i) $-5x^2+xy+8y^2$ (ii) $10a^2+7b^2+4ab$ (iii) $x7+8y-7z$ (iv) $-4x^2-5x$

(2) $7x+9$ (3) $18x-2y$ (4) $5a+2b$ (5) (i) $a+2b$ (ii) $2x+3y+4z$ (iii) $-4ab-8b^2$ (iv) $4pq-15p^2-2q^2$

(v) $-5x^2+3x+10$ (vi) $2x^2-2xy-5y^2$ (vii) $3m^3+4m^2+7m-7$

(6) $7x^2+xy-6y^2$ (7) $4x^2-3x-2$ (8) $4x^2-3y^2-xy$ (9) $2a^2+14a+5$

(10) (i) $22x^2+12y^2+8xy$ (ii) $-14x^2-10y^2-20xy$ or $-(14x^2+10y^2+20xy)$

(iii) $20x^2+5y^2-4xy$ (iv) $-8y^2-32x^2-30xy$

11 - Exponents

Exercise - 1

1. (i) Base = 3, exponent = 4, $3\times3\times3\times3$ (ii) Base = $7x$, exponent=2, $7\times x\times 7\times x$

   (iii) Base = 5ab, exponent = 3, $5\times5\times5\times a\times a\times a\times b\times b\times b$

   (iv) Base = 4y, exponent = 5, $4\times4\times4\times4\times4\times y\times y\times y\times y\times y$

2. (i) 7^5 (ii) $3^3\times5^4$ (iii) $2^3\times3^4\times5^3$

3. (i) $2^5\times3^2$ (ii) 2×5^4 (iii) $2\times3^2\times5^3$ (iv) $2^4\times3^2\times5^2$ (v) $2^5\times3\times5^2$

4. (i) 3^2 (ii) 3^5 (iii) 2^8 5. (1) 17 (ii) 31 (iii) 25 (iv) 1

Exercise - 2

(1) (i) 2^{14} (ii) 3^{10} (iii) 5^5 (iv) 9^{30} (v) $\left(\frac{3}{5}\right)^{15}$ (vi) 3^{20}

(vii) 3^4 (viii) 6^4 (ix) 2^{9a} (x) 10^6 (xi) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{10}=\frac{(-5)^{10}}{6^{10}}=\frac{5^{10}}{6^{10}}$ (xii) 2^{10a+10} (xiii) $\frac{2^5}{3^5}$

(xiv) 15^3 (xv) -4^3 (xvi) $\frac{1}{9^8}$ (xvii) $\frac{1}{6^4}$ (xviii) -7^{15} (xix) 6^{16} (x i x)

a^{x+y+z} (2) 3^{10} (3) 2 (4) 2 (5) 1

(6) (i) true (2+11=13) (ii) false (iii) true (iv) true (v) false (vi) fasle (vii) true

Exercise - 3

(i) $3.84\times10^8 m$ (ii) 1.2×10^{10} (iii) $3\times10^{20} m$ (iv) $1.353\times10^9 km^3$

12 - Quadrilaterlals

Exercise - 1

(1) (i) Sides: $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{SP}$ Angles: $\angle SPQ$, $\angle PQR$, $\angle QRS$, $\angle RSP$

Vertices: P, Q, R, S diagnals: $\overline{PR}$, $\overline{QS}$

(ii) Pairs of adjacent sides $\overline{PQ}, \overline{QR}$; $\overline{QR}, \overline{RS}$; $\overline{RS}, \overline{SP}$ and $\overline{SP}, \overline{PQ}$

Pairs of adjacent angles: $\angle SPR$, $\angle RSP$; $\angle RSP$, $\angle QRS$; $\angle QRS$, $\angle PQR$ and $\angle PQR$, $\angle SPQ$

(v) $-5x^2+3x+10$ (vi) $2x^2-2xy-5y^2$ (vii) $3m^3+4m^2+7m-7$

(6) $7x^2+xy-6y^2$ (7) $4x^2-3x-2$ (8) $4x^2-3y^2-xy$ (9) $2a^2+14a+5$

(10) (i) $22x^2+12y^2+8xy$ (ii) $-14x^2-10y^2-20xy$ or $-(14x^2+10y^2+20xy)$

(iii) $20x^2+5y^2-4xy$ (iv) $-8y^2-32x^2-30xy$

11 - قوت نما

مشق 1

1. (i) $3\times3\times3\times3$ (ii) $7\times x\times7\times x$ (iii) $5\times5\times5\times a\times a\times a\times b\times b\times b$

اساس = 3 ; قوت = 4   اساس = 7x ; قوت = 2   اساس = 5ab ; قوت = 3

(iv) $4\times4\times4\times4\times4\times y\times y\times y\times y\times y$ 2. (i) 7^5 (ii) $3^3\times5^4$ (iii) $2^3\times4^4\times5^3$

اساس = 4y ; قوت = 5

3. (i) $2^5\times3^2$ (ii) 2×5^4 (iii) $2\times3^2\times5^3$ (iv) $2^4\times3^2\times5^2$ (v) $2^5\times3\times5^2$

4. (i) 3^2 (ii) 3^5 (iii) 2^8 5. (1) 17 (ii) 31 (iii) 25 (iv) 1

مشق 2

(1) (i) 2^{14} (ii) 3^{10} (iii) 5^5 (iv) 9^{30} (v) $\left(\frac{3}{5}\right)^{15}$ (vi) 3^{20}

(vii) 3^4 (viii) 6^4 (ix) 2^{9a} (x) 10^6 (xi) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{10}=\frac{-5^{\;10}}{6^{10}}=\frac{5^{10}}{6^{10}}$

(xii) 2^{10a+10} (xiii) $\frac{2^5}{3^5}$ (xiv) 15^3 (xv) $(-4)^3$ (xvi) $\frac{1}{9^8}$ (xvii) $\frac{1}{(-6)^4}$

(xviii) $(-7)^{15}$ (xix) $(-6)^{16}$ (xix) a^{x+y+z} (2) 3^{10} (3) 2 (4) 2 (5) 1

(6) (i) صادق (2+11=13) (ii) کاذب (iii) صادق (iv) صادق (v) کاذب (vi) کاذب (vii) صادق

مشق 3

(i) $3.84\times10^8\,m$ (ii) 1.2×10^{10} (iii) $3\times10^{20}\,m$ (iv) $1.353\times10^9\,km^3$

12 - چارضلعی

مشق 1

(1) (i) اضلاع $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{SP}$ زاویے $\angle SPQ$ $\angle PQR$ $\angle QRS$ $\angle RSP$

راس P, Q, R, S   وتر $\overline{PR}, \overline{QS}$

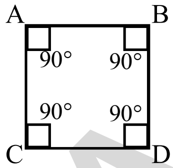
(ii) متصلہ ضلعوں کی جوڑیاں ہیں $\overline{PQ}, \overline{QR}$; $\overline{QR}, \overline{RS}$; $\overline{RS}, \overline{SP}$ اور $\overline{SP}, \overline{PQ}$

متصلہ زاویوں کی جوڑیاں ہیں $\angle SPR$ $\angle RSP$; $\angle RSP, \angle QRS$; $\angle QRS$; $\angle PQR$
and $\angle PQR$, $\angle SPQ$

Pairs of opposite sides : $\overline{PS}$, $\overline{QR}$ and $\overline{QP}$, $\overline{RS}$

Pairs of opposite angles: $\angle$SPQ, $\angle$QRS and $\angle$RSP, $\angle$PQR

(2) 100° (3) 48°, 72°, 96°, 144° (4) 90°, 90°, 90°, 90°



(5) 75°, 85°, 95°, 105°

(6) Angle of the quadrilateral cannot be 180°

Exercise - 2

(1) (i) false (ii) true (iii) true (iv) false (v) false (vi) true (vii) true (viii) true

(2) (i) Since it has 4 sides (ii) Since opposite sides in a square are parallel

(iii) Since diagonals of a square are perpendicular bisectors

(iv) Since opposite sides of a square are of equal length.

(3) $\angle$DAB = 140°, $\angle$BCD = 140°, $\angle$CDA = 40° (4) 50°, 130°, 50°, 130°

(5) It has 4 sides and one pair of parallel sides; EA, DR (6) 1

(7) Opposite angles are not equal. (8) 15 cm, 9cm, 15cm, 9cm

(9) No, Rhombus should have equal length of sides (10) $\angle C = 150^{\circ}$, $\angle D = 150^{\circ}$

(11) (i) Rhombus (ii) Squrare (iii) 180° - x°

(iv) equal/congruent (v) 10 (vi) 90°

(vii) 0 (viii) 10 (ix) 45

13 - Area and Perimeter

Exercise - 1

(1) $2(l+b)$; a^2 (2) 60 cm; 22cm; 484 cm^2 (3) 280cm^2; 68cm; 18cm; 216cm^2; 10cm; 50cm

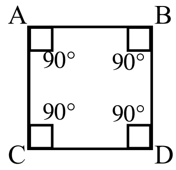
Exercise - 2

(1) (i) 28cm^2 (ii) 15cm^2 (iii) 38.76cm^2 (iv) 24cm^2 (2) (i) 91.2cm^2 (ii) 11.4cm

(3) 42cm ; 30cm (4) 8cm ; 24cm (5) 30m, 12m (6) 80m

$\overline{QP}, \overline{RS}$ اور $\overline{PS}, \overline{QR}$ مقابل کے ضلعوں کی جوڑیاں ہیں

$\angle PSR, \angle RQP$ اور $\angle QPS, \angle SRQ$ مقابل کے زاویوں کی جوڑیاں ہیں



(2) 100° (3) 48°, 72°, 96°, 144° (4) 90°, 90°, 90°, 90°

(5) 75°, 85°, 95°, 105°

(6) کیوں کہ چارضلعی کا زاویہ 180° نہیں ہوتا

مشق 2

(1) (i) کاذب (ii) صادق (iii) صادق (iv) کاذب (v) صادق (vi) صادق (vii) صادق (viii) صادق

(2) (i) کیوں کہ یہ چار ضلعے رکھتا ہے (ii) کیوں کہ مربع کے مقابل کے ضلعے متوازی ہوتے ہیں

(iii) کیوں کہ مربع کے وتر عمودی ناصف ہوتے ہیں

(iv) کیوں کہ مربع کے مقابل کے ضلعے مساوی طول رکھتے ہیں

(3) $\angle BAD = 140°$, $\angle DCB = 140°$, $\angle CDA = 40°$ (4) 50°, 130°, 50°, 130°

(5) یہ چار ضلعے اور ایک متوازی جوڑا رکھتا ہے $\overline{CA}$, $\overline{DR}$ (6) 1

(7) مقابل کے زاویے مساوی نہیں ہے (8) 15 cm, 9cm, 15cm, 9cm

(9) نہیں کیوں کہ معین میں اضلاع کے طول مساوی ہوتے ہیں (10) $\angle C=150^\circ$, $\angle D=150$

(11) (i) مستطیل (ii) مستطیل (iii) $180° - x°$

(iv) مساوی (v) 10 (vi) 90°

(vii)(0) صفر (viii) 10 (ix) 45

13 - رقبہ اور احاطہ

مشق 1

(1) 2(l+b); a^2 (2) 60 cm; 22cm; 484 cm^2 (3) 280cm^2; 68cm; 18cm; 216cm^2; 10cm; 50cm

مشق 2

(1) (i) 28cm^2 (ii) 15cm^2 (iii) 38.76cm^2 (iv) 24cm^2 (2) (i) 91.2cm^2 (ii) 11.4cm

(3) 42cm ; 30cm (4) 8cm ; 24cm (5) 30m, 12m (6) 80m

Exercise - 3

(1) (i) $20cm^2$ (ii) $12cm^2$ (iii) $20.25cm^2$ (iv) $12cm^2$ (2) (i) $12cm^2$ (ii) 3cm

(3) $30cm^2$; 4.62 cm (4) $27cm^2$; 7.2 cm

(5) $64cm^2$; Yes ; ΔBEC, ΔBAE and ΔCDE are three triangles drawn between the two parallel lines BC and AD, BC = AE+ED

(6) Ramu in ΔPQR, PR is the base, because $QS \perp PR$. (7) 40 cm (8) 20 cm ; 40cm
(9) 20 cm (10) $800cm^2$ (11) $160cm^2$ (12) $192cm^2$ (13) 18 cm ; 12cm

Exercise - 4

(1) (i) $20cm^2$ (ii) $24cm^2$ (2) $96cm^2$; 150 mm : $691.2m^2$ (3) 18cm (4) ₹506.25

Exercise - 5

(1) (i) 220cm (ii) 26.4cm (iii) 96.8 cm (2) (i) 55m (ii) 17.6 m (iii) 15.4m

(3) (i) (a) 50.24 cm (b) 94.2 cm (c) 125.6 cm (ii) 7 cm (4) 42 cm

(5) 10.5 cm (6) 3 times (7) 3 : 4 (8) 1.75cm (9) 94.20 cm (10) 39.25 cm

Exercise - 6

(1) $475m^2$ (2) $195.5m^2$; $29.5m^2$ (3) 624 m^2 (4) 68 m^2 (5) 9900 m^2 ; $200100m^2$

14 - Understanding 3D and 2D Shapes

Exercise - 1

(1) Sphere: Foot ball, Cricket ball, Laddu

Cylinder: Drum, Biscuit pack, Log, Candle

Pyramid: Pyramid ; Cuboid: Match box, Brick, Biscuit pack

Cone : Ice-cream, Joker Cap ; Cube: Dice, Carton

(2) (i) Cone: Ice-cream, upper part of a funnel (ii) Cube: Dice, Carton

(iii) Cuboid: Duster, Brick (iv) Sphere: Ball, Marble (v) Cylinder: Pencil, Pype.

مشق 3

(1) (i) $20cm^2$ (ii) $12cm^2$ (iii) $20.25cm^2$ (iv) $12cm^2$ (2) (i) $12cm^2$ (ii) 3cm

(3) $30cm^2$; 4.62 cm (4) $27cm^2$; 7.2 cm (5) 64 مربع سمر

(5) ہاں ! $\triangle BAE$، $\triangle BEC$ اور $\triangle CDE$ تین مثلثات ہیں جن کو دو متوازی خطوط BC اور AD کے درمیان کھینچا گیا ہے۔

BC=AE+ ED

(6) QS⊥PR. مثلث PQR میں PR قاعدہ ہے کیوں کہ (7) 40 cm (8) 20 cm ; 40cm

(9) 20 cm (10) $800cm^2$ (11) $160cm^2$ (12) $192cm^2$ (13) 18 cm ; 12cm

مشق 4

(1) (i) $20cm^2$ (ii) $24cm^2$ (2) $96cm^2$; 150 mm : $691.2m^2$ (3) 18cm (4) ₹506.25

مشق 5

(1) (i) 220cm (ii) 26.4cm (iii) 96.8 cm (2) (i) 55m (ii) 17.6 m (iii) 15.4m

(3) (i) (a) 50.24 cm (b) 94.2 cm (c) 1256 cm (ii) 7 cm (4) 42 cm

(5) 10.5 cm (6) 3 مرتبہ (7) 3 π : 2π (8) 1.75cm (9) 94.20 cm (10) 39.25cm

مشق 6

(1) $475m^2$ (2) $195.5m^2$, 29.5cm (3) $624m^2$ (4) 68 m^2 (5) 9900 m^2 ; $200100m^2$

14 - دو ابعادی سہ ابعادی اشکال کی تفہیم

مشق 1

(1)
کرہ:- فٹ بال، کرکٹ بال، لڈو
استوانہ:- پڑی، بسکٹ پیاکٹ، کندہ، موم بتی
ہرم:- ہرم مکعب نما:- دیا سلائی کی ڈبیا، قلم تراش بسکٹ پیاکٹ
مخروط:- آئسکریم، گملا مکعب:- پانسہ، ہلکا ڈبہ

(2) (i) مخروط: آئسکریم، خیف کا اوپری حصّہ (ii) مکعب:- پانسہ، ہلکا ڈبہ

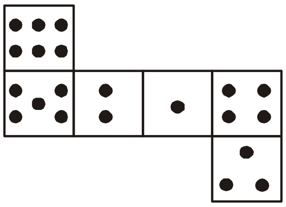
(iii) مکعب نما:- ڈسٹر، اینٹ (iv) استوانہ:- پنسل، پائپ (v) کرہ:- گیند، کنچے (زمین پر کھیلنے کی گولیاں)

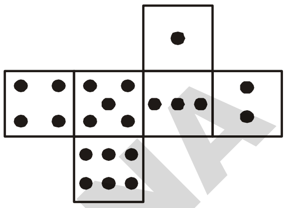
(3)

	Cube	Cuboid	Pyramid
Faces	6	6	5
Edges	12	12	8
Vertices	8	8	5

Exercise - 2

(1) Do activity (2) i) C ii) a (3)





Exercise - 4

(1) A ball : a circle.

A Cylindrical pipe : a rectangle.

A book : a rectangle.

(2) (i) Spherical / Circular objects

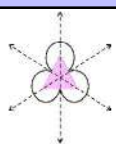
(ii) Cube / Square sheets

(iii) Triangular shapes or Right prism with triangular base.

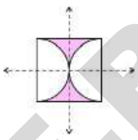
(iv) Cylinder / Rectangle sheets.

15 - Symmetry

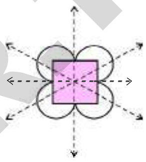
Exercise 1



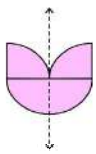
(i)



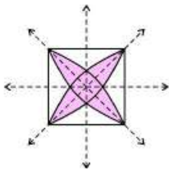
(ii)



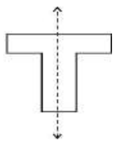
(iii)



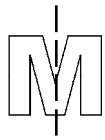
(iv)



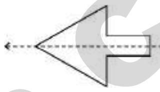
(v)



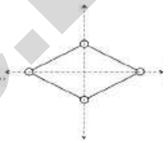
(vi)



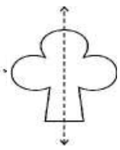
(vii)



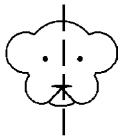
(viii)



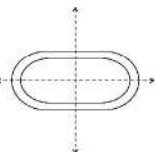
(ix)



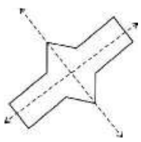
(x)



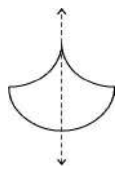
(xii)



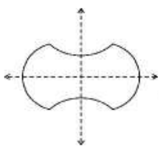
(xiii)



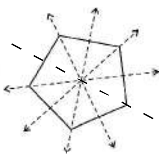
(xiv)



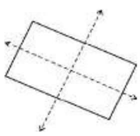
(xv)



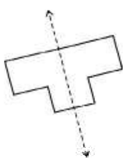
(xvi)



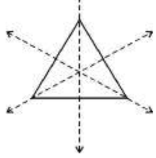
(xvii)



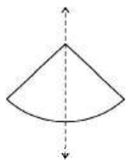
(xviii)



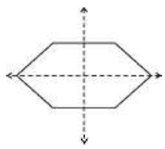
(xix)



(xx)



(xxi)



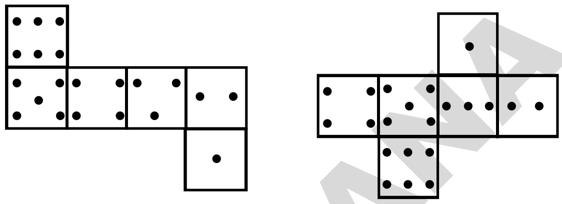
(xxiii)

(3)

	مکعب	مکعب نما	ہرم
رُخ	6	6	5
کنارے	12	12	8
راس	8	8	5

مشق 2

(1) مشغلہ انجام دیجئے (2) i) C ii) a (3)



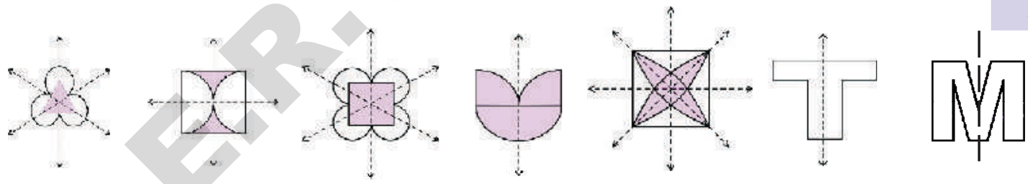
مشق 4

(1) ایک گیند ایک دائرہ نما
استوانہ نما پائپ : مستطیل نما
ایک کتاب: مستطیل نما

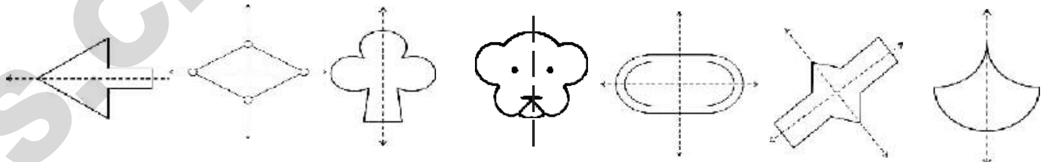
(2) (i) کروی دائروی اشیاء
(ii) مکعب/مربع نما شیٹ
(iii) مثلث نما اشکال یا مثلث نما قاعدہ رکھنے والا منشور
(iv) استوانہ/مستطیل نما شیٹ

15 - تشاکل

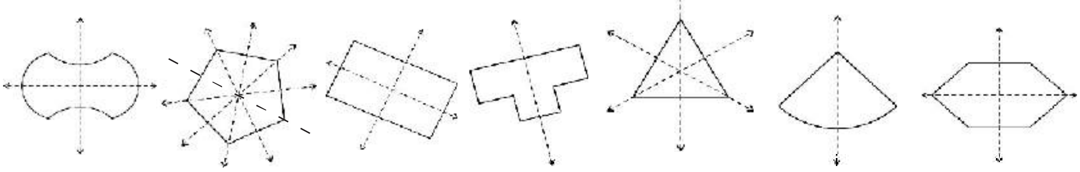
مشق 1



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi) (vii)

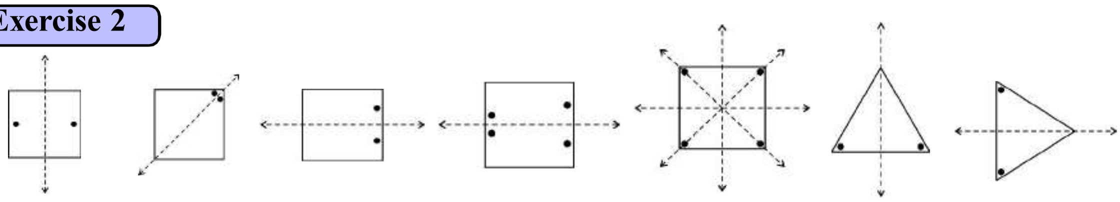


(viii) (ix) (x) (xii) (xiii) (xiv) (xv)

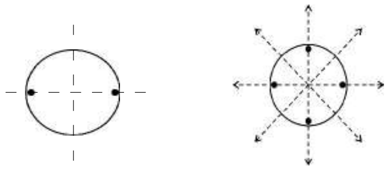


(xvi) (xvii) (xviii) (xix) (xx) (xxi) (xxiii)

Exercise 2



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi) (vii)

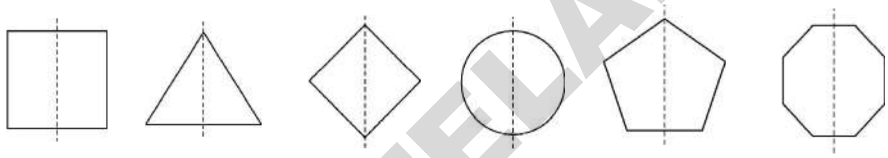


(viii) (ix)

(2)

(i) (ii) (iii) (ix)

(3)



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

(4) (i) False (ii) True (iii) False

(5) Angle between successive axes = 360/2n =360/2x4 = 360/8 = 45^0
This is true for all regular polygons

Exercise 3

1. Figures i, ii, iv and v have rotational symmetry.

2. (i) 2 (ii) 4 (iii) 3 (iv) 4 (v) 4 (vi) 5 (vii) 6 (viii) 3

3.

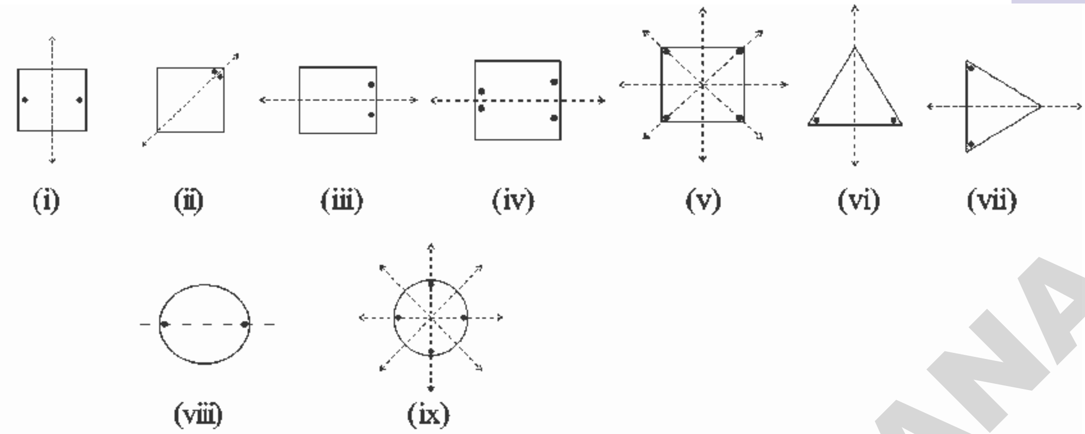
Square	yes	90^0	4
Rectangle	yes	180^0	2
Rhombus	yes	180^0	2
Equilateral Triangle	yes	120^0	3
Regular Hexagon	yes	60^0	6
Circle	yes	infinity	infinity
Semi-circle	No	-	-

Exercise 4

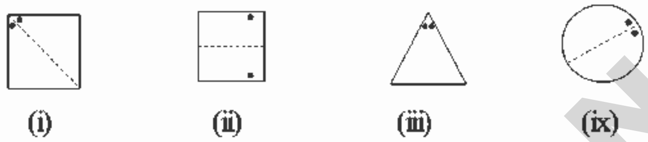
1.

S	No	0	Yes	2
H	Yes	2	Yes	2
O	Yes	2	Yes	2
N	No	0	Yes	2
C	Yes	1	No	1

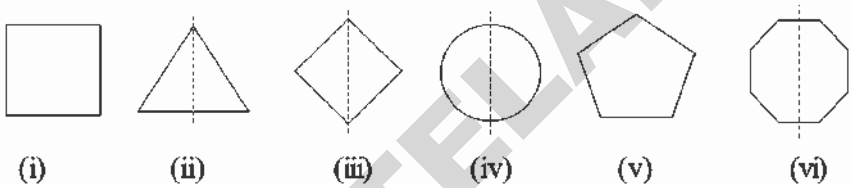
مشق 2



(2)



(3)



(4) (i) کاذب (ii) صادق (iii) کاذب

(5) متواتر محاور کے درمیان زاویہ $\frac{360}{2n}=\frac{360}{2\times4}=\frac{360}{8}=45^0$

یہ تمام منتظم کثیر رکنی کے لئے صادق ہوتا ہے

مشق 3

1. اشکال (i), (ii), (iv) اور (v) تشاکل رکھتے ہیں

2. (i) 2 (ii) 4 (iii) 3 (iv) 4 (v) 4 (vi) 5 (vii) 6 (viii) 3

3.

مربع	ہاں	90^0	4
مستطیل	ہاں	180^0	2
معین	ہاں	180^0	2
مساوی الاضلاع مثلث	ہاں	120^0	3
منتظم چھ ضلع	ہاں	60^0	6
دائرہ	ہاں	لامتناہی	لامتناہی
نیم دائرہ	نہیں	-	-

مشق 4

1.

S	نہیں	0	ہاں	2
H	ہاں	2	ہاں	2
O	ہاں	2	ہاں	2
N	نہیں	0	ہاں	2
C	ہاں	1	نہیں	1

INSTRUCTIONS TO TEACHERS

Dear Teachers!!

Greetings and a hearty welcome to the newly developed textbook Mathematics for class VII.

- The present textbook is developed as per the syllabus and Academic standards conceived by the mathematics position paper prepared based on SCF – 2011 and RTE – 2009 for Upper Primary stage of education.
- The new textbook constitutes 15 chapters with concepts from the main branches of mathematics like Arithemetics, Algebra, Geometry, Mensuration and Statistics.
- These chapters emphasize the prescribed academic standards in achieving the skills like Problem Solving, Reasoning-proof, Communication, Connectivity and representation. The staratagies in building a chapter are observation of patterns, making generalization through deductive, inductive and logical thinking, exploring different methods for problem solving, questioning, interaction and the utilization of the same in daily life.
- The situations, examples and activities given in the textbook are based on the competencies acquired by the child at Primary Stage. So the child participates actively in all the classroom interactions and enjoys learning of Mathematics.
- Primary objective of a teacher is to achieve the "Academic standards" by involving students in the discussions and activities suggested in the textbook and making them to learn the concepts.
- Mere completion of a chapter by the teacher doesn't make any sense. The exhibition of prescribed academic standards by the student only ensures the completion of the chapter.
- Students are to be encouraged to answer the questions given in the chapters. These questions help to improve logical, inductive and deductive thinking of the child.
- Understanding and generalization of properties are essential. Student first finds the need and then proceeds to understand, followed by solving similar problems on his own and then generalises the facts. The strategy in the presentation of concepts followed.
- Clear illustrations and suitable pictures are given wherever it was found connection and corrects the misconnection necessary.
- Exercises of 'Do This' and 'Try This' are given extensively after completion of each concept. Exercises given under 'Do This' are based on the concept taught. After teaching of two or three concepts some exercises are given based on them. Questions given under 'Try This' are intended to test the skills of generalization of facts, ensuring correctness of statements, questioning etc., 'Do This' exercise and other exercises given are supposed to be done by students on their own. This process helps the teacher to know how far the students can fare with the concepts they have learnt. Teacher may assist in solving problem given in 'Try This' sections.
- Students should be made to digest the concepts given in "looking back" completely. The next chapter is to be taken up by the teacher only after satisfactory performance by the students in accordance with the academic standards designated for them (given at the end).
- Teacher may prepare his own problems related to the concepts besides solving the problems given in the exercises. Moreover students should be encouraged to identify problems from day- to-day life or create their own.
- Above all the teacher should first study the textbook completely thoroughly and critically. All the given problems should be solved by the teacher well before the classroom teaching.
- Teaching learning strategies and the expected learning outcomes, have been developed class wise and subject-wise based on the syllabus and compiled in the form of a Hand book to guide the teachers and were supplied to all the schools. With the help of this Hand book the teachers are expected to conduct effective teaching learning processes and ensure that all the students attain the expected learning outcomes.

اساتذہ کے لئے ہدایات

معزز اساتذہ صاحبین !

جماعت ساتویں کی نئی تشکیل شدہ ریاضی کی کتاب کے لئے آپ سب کا استقبال ہے۔

- اس نئی کتاب کا نصاب آندھراپردیش کے درسیاتی خاکہ 2011ء (APSCF-2011) کے پوزیشن پیپر اور قانون حق تعلیم 2009 کے تحت وسطانوی سطح کے لئے مرتب کیا گیا ہے۔
- اس نئی درسی کتاب میں 15 ابواب دیئے گئے ہیں جس میں ریاضی کی مختلف شاخ کے تصورات کو لیا گیا ہے۔ جیسے کہ اعداد کا نظام، حساب، الجبراء جیومٹری مساحت اور شماریات وغیرہ۔
- ان ابواب میں دیئے گئے اصولوں کو خصوصی طور پر نمایاں کیا گیا ہے۔ تا کہ تدریسی معیار جیسے سوالات کامل، استدلال وثبوت، اظہار جوڑنا، اور پیش کرنا وغیرہ ہے، اس کا نصب العین یہ ہے کہ بچوں میں مشاہدہ کی مہارت پیدا کی جائے، استقرائی واستخراجی اور منطقی فکرونظر کے ذریعہ عمومیت دینا، سوالات کو حل کرنے کے لئے مختلف طریقے معلوم کرنا، سوالات حل کرنا، بحث ومباحثہ کرنا، اور ان کو اپنی روزمرہ زندگی میں استعمال کرنا ہے۔
- تحتانوی سطح پر بچوں میں جو استعدادیں حاصل کی ہیں ان کی اساس پر اس درسی کتاب میں، مواقع، مثالیں اور مشاغل شامل کئے گئے ہیں تا کہ بچے مکمل توجہ کے ساتھ کمرہ جماعت میں فراہم کئے جانے والے ریاضی کے مشاغل کو خوشی خوشی سیکھ سکیں۔

اس کتاب کے نصاب میں دیئے گئے مشاغل کے اُصولوں کو بہتر طور پر سمجھانے اور ان پر بحث ومباحثہ کرنا، ان اُصولوں کو ذہن نشین کروانا اور تدریسی معیار کو فروغ دینا، معلم کی اہم ذمہ داری ہے۔

- معلم کو اپنے طور پر نصاب کا مکمل کرنا کوئی معنی نہیں رکھتا۔ تدریسی معیار اور مخصوص مہارتوں کو جو نصاب میں مختص کیا گیا ہے۔ طلباء کے ذریعہ سے ہی پیش کرنے کی صلاحیت کو اجاگر کرنا ہی دراصل نصاب کو مکمل کرنا ہے۔
- بچوں کی ہمت افزائی اس طرح کریں کہ وہ ابواب میں دیئے گئے سوالات کے جوابات دے سکیں، حل کرسکیں، ان سوالات کو حل کرنا بچوں میں منطقی، استقرائی و استخراجی صلاحیتوں کو فروغ دیتے ہیں۔
- خصوصیات کی تفہیم اور عمومیت دینا بہت ہی ضروری ہے طلباء اپنی ضرورت کو جانیں گے اور پھر اس کی تفہیم کی طرف آگے بڑھیں گے۔ اس طرح کہ وہ اُسی طرز کے والات کو اپنے طور پر حل کرسکیں گے اور حقائق کو عمومیت دے سکیں گے۔ پیشکش کی اس حکمت عملی کو اپنا سکیں گے۔
- تصورات کو واضح کرنے کے لئے جہاں کہیں تصاویر کی ضرورت ہوتی ہے ان تصورات کو تصاویر کی مدد سے عیاں کیا گیا ہے۔
- ہر عمومی تصور کے اختتام پر ''یہ کیجئے'' اور ''کوشش کیجئے'' کے عنوان سے مشق دیئے گئے ہیں۔ ''یہ کیجئے'' کے عنوان میں جو مشق دی گئی ہے وہ عمومی تصورات پر مبنی ہے دو یا تین عمومی تصورات کے سیکھنے کے بعد ان تصورات پر مشق دی گئی ہے۔ ''کوشش کیجئے'' کے عنوان میں جو مشق دی گئی ہے ان سے مہارت، حقائق کی عمومیت، جملوں کی صداقت، اور سوالات کو جانچا جارہا ہے ''یہ کیجئے'' میں دی گئی مشق اور دوسرے عنوان کے تحت دی گئی مشق کے تمام سوالات کو بچے ازخود حل کریں۔ ان مشقوں کو حل کرنے سے معلم کو یہ جاننے میں آسانی ہوگی کہ بچوں میں کونسے عمومی تصوارات فروغ پارہے ہیں اور وہ کیا سیکھ چکے ہیں ''کوشش کیجئے'' کے تحت دی گئی مشقی سوالات کو ودرپیش مشکلات کو حل کرنے میں معلم مدد کرسکتا ہے۔
- ایسے عمومی تصورات کو سبق کے اختتام پر بعنوان ''ہم نے کیا سیکھا'' کے تحت دیا گیا ہے ان تصورات کو بچے اچھی طرح ذہن نشین کرلیں نئے باب کو شروع کرنے سے قبل معلم یہ اطمینان کرلیں کہ پچھلے باب کے تمام عمومی تصورات سے طلباء اچھی طرح واقف ہوچکے ہیں یا نہیں، یہ معیاری درس وتدریس کا اُصول ہے۔
- معلم متعلقہ باب میں دیئے گئے عمومی تصورات پر مبنی سوالات کو مدنظر رکھ کر بذات خود مزید سوالات کو ترتیب دیں اور ان کو بچوں سے حل کروائیں۔ اس کے علاوہ بچوں کو روزمرہ زندگی میں ان تصورات پر مبنی سوالات ازخود تیار کرنے کے لئے کہیں اور کوشش کرنے پر ان کی ہمت افزائی کریں۔
- تمام معزز اساتذہ صاحبین سے ادباً گذارش ہے کہ وہ کمرۂ جماعت میں درس وتدریس سے قبل اس کتاب پر مکمل مثبت اور تنقیدی نقطۂ نظر سے جائزہ لیں اور تمام مشقی سوالات کو حل کرلیں تا کہ طلباء کو بہ آسانی سمجھا سکیں۔

Happy Teaching

Syllabus

Number System: (50 hrs) **1. Integers** **2. Fractions, Decimals & Rational Numbers**	**(i) Integers** • Multiplication and division of integers (through patterns). • Properties of integers (including identities for addition & multiplication, (closure, commutative, associative, inverse, distributive) (through patterns). (examples from whole numbers as well). Expressing properties in a general form. Construction of counter examples, (eg. subtraction is not commutative). • Word problems involvingintegers (all operations)
	(ii) Fractions, Decimals and rationalnumbers: • Multiplication of fractions • Fraction as an operator "of" • Reciprocal of a fraction and its use • Division of fractions • Word problems involving mixed fractions (related to daily life) • Introduction to rational numbers (with representation on number line) • Difference between fraction and rational numbers. • Representation of rationalnumber as a decimal. • Word problems on rationalnumbers (all operations) • Multiplication and division of decimal fractions • Conversion of units (length & mass) • Word problems (including all operations)
Algebra (20 hrs) **11. Exponents** **10. Algebraic Expressions** **3. Simple Equations**	**Exponents and powersIntroduction** Meaning of x in a^x where a έ Z • Laws of exponents (throughobserving patterns to arrive at5 generalization.)whereM, n ∈N(i) a^m a^n = $a^{m?+n}$(ii)? $(a^m)^{?n}$ = a^{mn}(iii) a^m/a^n = a^{m-n}, where (m-n)∈ N(iv) $a^m.b^m$ = $(ab)^m$(v) number with exponent zerovi)Decimal number in exponential notation vii) Expressing large number in standard form (Scientific Notation)
	ALGEBRAIC EXPRESSIONS Introduction Generate algebraic expressions(simple) involving one or two variables • Identifying constants, coefficient, powers • Like and unlike terms, degree of expressions e.g., x^2y etc.(exponentd"?3, number of variables d"?2) • Addition, subtraction of algebraic expressions (coefficients should be integers).
	Simple equations • Simple linear equations in one variable (in contextual problems) with two operations (integers as coefficients)
6. Ratio - Applications (20 hrs)	• Ratio and proportion (revision) • Unitary method continued,consolidation, generalexpression. • Compound ratio : simple word problems • Percentage- an introduction • Understanding percentage as a fraction with denominator 100 • Converting fractions anddecimals into percentage andvice-versa. • Application to profit and loss (single transaction only) • Application to simple interest (time period in complete years).

نصـــــاب

اعداد کا نظام (50 گھنٹے)

1. صحیح اعداد
2. کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد

(i) صحیح اعداد

☆ صحیح اعداد کی عمل ضرب و تقسیم (مختلف نمونے)

☆ صحیح اعداد کی خصوصیات (جمعی وضربی تماثلی عناصر کے علاوہ (بندشی، تقلیبی، تلازمی، معکوس، انتشاری) (مختلف نمونے) (مکمل اعداد کی مثالیں)، عددی خصوصیات کو مکمل اعداد پر اطلاق متضاد و مثال بنانا (عمل تفریق، تقلیبی خاصیت نہیں رکھتا)

☆ عبارتی سوالات صحیح اعداد پر (جن میں ریاضی کے تمام بنیادی اعمال کی شمولیت)

(ii) کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد

☆ کسور کی عمل ضرب ☆ کسور کا عمل (کا) کے استعمال کے ذریعہ

☆ کسور کا معکوس اور اس کا استعمال ☆ کسور کی عمل تقسیم

☆ مرکب کسور پر عبارتی سوالات (روزمرہ زندگی پر منحصر) ☆ ناطق اعداد کا تعارف (عددی خط پر اظہار)

☆ کسور اور ناطق اعداد میں فرق ☆ ناطق اعداد کا اعشاری عدد میں ظاہر کرنا

☆ ناطق اعداد پر عبارتی سوالات (ریاضی کے بنیادی اعمال کا استعمال)

☆ اعشاری کسور کا عمل ضرب اور عمل تقسیم ☆ اکائیوں کی باہم تبدیلی (جیسے طول اور کمیت)

☆ عبارتی سوالات (ریاضی کے بنیادی اعمال پر)

الجبراء (20 گھنٹے)

11. قوت نماء
10. الجبری عبارتیں
5. سادہ مساواتیں

(i) قوت نما اور اس کا تعارف

x کا مقام a^x میں جہاں پر $a \in Z$

☆ قوت نماء کے قوانین (مشاہدہ کے ذریعہ مختلف نمونوں کو عام کرنا)

جہاں $(m,n \in N)$ (i) $a^m . a^n = a^{m+n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$

$((m-n) \in N)$ (iii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (iv) $a^m b^m = (ab)^m$

(v) عدد جن کی قوت صفر ہو (vi) اعشاری اعداد کو قوت کے طور پر اظہار

(vii) بڑے اعداد کو معیاری شکل (Scientific Notation) میں ظاہر کرنا۔

(ii) الجبرائی عبارتیں

☆ ایک اور دو متغیریات کی مدد سے آسان الجبرائی عبارتیں بنانا

☆ مستقل عدد، ضریب، اور قوت کی شناخت کرنا

☆ یکساں اور غیر یکساں ارکان، عبارتوں کے درجے مثلاً x^2y وغیرہ (درجہ 3 اور متغیرات 2 ہیں)

☆ الجبرائی عبارتوں کی جمع و تفریق (جہاں پر قوت صحیح اعداد ہوں)

(iii) سادہ مساواتیں

☆ سادہ مساواتیں جن میں ایک متغیر ہو (مشقی سوالات) دو بنیادی اعمال کے ساتھ (صحیح اعداد ضریب کی شکل میں

فیصد اور ان کا اطلاق (20 گھنٹے)

(i) نسبت اور تناسب اعادہ

☆ اکائی کا قاعدہ، تناسب، اور اس کی عمومیت ☆ مرکب نسبت (سادہ عبارتی سوالات)

☆ فیصد (تمہید) ☆ ایسے کسور جن کا نسب نما 100 ہو فیصد کہلاتے ہیں۔ ان کی تقسیم

☆ کسور اور اعشاری اعداد کا فیصد میں اظہار (اور اس کا برعکس)

☆ نفع اور نقصان پر اطلاق (اکائی شئے پر کاروباری معاملہ)

☆ سود مفرد پر اطلاق (مدت، وقت سال میں لی جائے)

Understanding shapes / Geometry **4. Lines and Angles** **5. Triangle and Its Properties** **8.Congurencey of Triangles** **9.Construction of Triangles** **12.Quadrilaterals** **15. Symmetry** **14.Understanding 3D and 2D Shapes**	**(i) Lines and Angles:** • Pairs of angles (linear,supplementary, complementary,adjacent, vertically opposite)(verification and simple proofof vertically opposite angles) • Properties of parallel lines withtransversal (alternate,corresponding, interior, exteriorangles)
	(ii) Triangles: • Definition of triangle. • Types of triangles acc. To sides and angles • Properties of triangles • Sum of the sides, difference of two sides. • Angle sum property (with notion of proof and verification through paper folding, proofs , using property of parallel lines , difference between proof and verification • Exterior angle property of triangle
	(iii) Congruence: • congruence through superposition **ex**. Blades, stamps etc.. • Extend congruence to simple geometrical shapes ex. Triange , circles, • criteria of congruence (by verification only) • property of congruencies of triangles SAS, SSS, ASA, RHS Properties with figures•
	(iv) Construction of triangles (all models) • Constructing a triangles when the lengths of its 3 sides are known (SSS criterion) • Constructing a triangle when the lengths of 2 sides and the measure of the angle between them are known (SAS criterion) • Constructing a triangle when the measures of 2 of its angles and length of the side included between them is given (ASA criterion) • Constructing a right angled triangle when the length of one leg and its hypotenuse are given (RHS criterion)
	(v) Quadrilaterals Quadrilateral-definition. • Quadrilateral, sides, angles, diagonals. • Interior, exterior of quadrilateral • Convex, concave quadrilateral differences with diagrams • Sum angles property (By verification) , problems • Types of quadrilaterals • Properties of parallelogram, trapezium, rhombus, rectangle, square and kite.
	(vi) Symmetry • Recalling reflection symmetry • Idea of rotational symmetry,observations of rotationalsymmetry of 2-D objects. (900,1200, 1800) • Operation of rotation through900 and 1800 of simple figures. • Examples of figures with bothrotation and reflection symmetry(both operations) • Examples of figures that havereflection and rotation symmetryand viceversa

4.جیومیٹری اشکال کی تفہیم

(60 گھنٹے)

5.خطوط اور زاویے

8.مثلثات اور اُن کے خصوصیات

9.مثلثات کی مماثلت

12.مثلثات کی بناوٹ

15.چار ضلعی

14.تشاکل

2D اور 3D کے اشکال کی تفہیم

(i) خطوط اور زاویے Lines and Angles

☆ زاویوں کے جوڑ (خطی، تکمیلی، اتمامی، متصلہ، انتصابی، مقابل)
انتصابی، مقابل، زاویوں کی جانچ اور اُن کا ثبوت

☆ متوازی خطوط کی خصوصیات (عرضی قاطع کی مدد سے)
(متبادل، نظیری، اندرونی و بیرونی زاویے)

(ii) مثلثات Triangles

☆ مثلث کی تعریف

☆ زاویے اور ضلعوں کی بنا پر مثلثات کی اقسام

☆ مثلثات کے خواص

☆ ضلعوں کا ـعہ، دو ضلعوں کا فرق

☆ مثلث کے تینوں زاویوں کے ـعے کی خاصیت
(کاغذ کا استعمال کرتے ہوئے مثلث کے خصوصیات کی جانچ اور ثابت کرنا)

☆ مثلث کے بیرونی زاویے کی خصوصیات

(iii) مماثلت Congrnency

☆ منطبق کرتے ہوئے مماثلت: بلیڈز، ڈاک ٹکٹ وغیرہ

☆ مماثلت کا اظہار جیومیٹری اشکال جیسے مثلث، دائرے وغیرہ

☆ مماثلت کی جانچ (تصدیق کے طریقے سے)

☆ مثلثات کی مماثلت کی خصوصیات، SAS، SSS، ASA، RHS اشکال کی مدد سے۔

(iv) مثلثات کی بناوٹیں (مختلف مثلثات)

☆ دیئے گئے تین اضلاع لے کر مثلثات بنایئے (SSS کی جانچ)

☆ دیئے گئے 2 اضلاع اور ان کے درمیان واقع ہونے والے زاویہ کی مدد سے مثلث بنانا (SAS کی جانچ)

☆ ایک ضلع اور دو زاویوں کی مدد سے (درمیان میں دیئے گئے ہوں) مثلث بنانا (ASA کی جانچ)

☆ قائم الزاویہ مثلث بنانا جب کہ اس کا ایک ضلع اور وتر کے طول دیئے گئے ہیں۔ (RHS کی جانچ)

(v) چار ضلعی Quadrilateral:-

☆ چار ضلعی کی تعریف

☆ چار ضلعی، اضلاع، زاویئے اور اُن کے وتر

☆ اندرونی و بیرونی خصوصیات (چار ضلعی)

☆ محدب و مقعر چار ضلعی اشکال میں فرق

☆ زاویئے کے ـعہ کی خصوصیت (جانچ) سوالات

☆ چار ضلعی کے اقسام

☆ متوازی الاضلاع، منحرف، چھٹے، مستطیل، مربع اور پتنگ وغیرہ

(vi) تشاکل

☆ تشاکل منعکس کا اعادہ

☆ گھماؤ تشاکل کا مشاہدہ 2D اشیاء کے گھماؤ کا مشاہدہ (180^{O}, 120^{O}, 90^{O})

☆ سادہ اشکال کا عمل گھماؤ 90^{O} اور 180^{O} پر

☆ گھماؤ تشاکل اور منعکس تشاکل دونوں مثالوں کے ذریعہ اشکال کا اظہار

☆ ایسی مثالیں دیجیے جن میں تشاکل کا گھماؤ اور منعکس تشاکل واقع ہو۔

	(vii) Understanding 3-D and 2-D Shapes: • Drawing 3-D figures in 2-Dshowing hidden faces. • Identification and counting ofvertices, edges, faces, nets (forcubes cuboids, and cylinders,cones). • Matching pictures with objects(Identifying names)
Mensuration *(15 hrs)* **13. Area and Perimeter**	**Area and Perimeter** • Revision of perimeter and Area of Rectangle, Square. • Idea of Circumference of Circle. • Area of a triangle, parallelogram, rhombus and rectangular paths.
7. Data Handling (15 hrs)	**Data Handling** • Collection and organisation ofdata • Mean, median and mode ofungrouped data – understandingwhat they represent.Reading bar-graphs • Constructing double bar graphs • Simple pie charts with reasonable data numbers

مساحت (15 گھنٹے) **13.رقبہ اوراحاطہ**	**(vii)2D اور 3D اشکال کی تفہیم:** ☆ 3D اشکال کو 2D کی وضع میں اظہار کرنا ☆ راس، کنارے (ضلع)، سطح، جال (مکعب، مکعب نما، استوانہ اور مخروط) کی شناخت ☆ تصاویر کو دیئے گئے اجسام سے جوڑنا (اُن کے نام کی پہچان) **رقبہ اوراحاطہ (Area and Permimeter)** ☆ مستطیل اور مربع کے رقبہ اوراحاطہ کا اعادہ ☆ دائرے کے محیط کی پہچان ☆ رقبہ:- بنیادی اکائیوں کے استعمال کی پیمائش کا تصور ☆ مستطیل، مثلث اور متوازی الاضلاع منحرف کے رقبے اور مستطیل کے اطراف کے راستے کا رقبہ
7.معطیات کا اظہار (15 گھنٹے)	**معطیات کا اظہار** ☆ عام معطیات کو یکجا کرنا اور اُن کو منظّم کرنا ☆ اوسط، اوسط حسابیہ، وسطانیہ اور بہتاتیہ، غیر جدول عناصر، اِن کی تفہیم، بار گراف کے بارے میں پڑھنا اور اِس کا اظہار

Academic Standards

CONTENT	ACADEMIC STANDARDS	
Number system 1. Integers	**Problem Solving:**	• Solves the problems involving four fundamental operations of integers • Solves the word problems involving the integers. • Used brackets for solving problems to simplify numerical statements.
	Reasoning Proof:	• Explains why the division by zero is meaning less. • Differentiates and compares the set of Natural numbers with integers. • Gives examples and counter examples to the number properties such as closure, Commutative, Associative etc.
	Communication:	• Expressing the number properties of integers in general form. • Uses the negative symbol in different contexts.
	Connections:	• Finds the usage of integers from their daily life situations • Understands the relation among N, W and Z.
	Representation:	• Represents the integers on number line. • Performs the operations of integers on the number line.
2. Fractions, Decimals and Rational numbers	**Problem Solving:**	• Solves the problems in all operation of fractions. • Solves the word problems of all operations of rational numbers. • Solves the problems of all operations of decimal fractions • Converts the small units into large units and vice versa.
	Reasoning : and Proof	• Differentiates rational numbers with fractions. • Justifies density property in rational numbers
	Communication:	• Expresses the need of set of rational numbers • Expresses the properties of rational numbers in general form
	Connections:	• Finds the usage of / inter relation among fractions, rational numbers, and decimal numbers.
	Representation:	• Represents rational numbers on the number line. • Represents the rational numbers in decimal form.
Algebra: 11. Exponents and powers	**Problem Solving:**	• Writes the large numbers in exponential form by using prime factorization
	Reasoning : and Proof	• Generalizes the exponential laws through the observation of patterns
	Communication:	• Understands the meaning of x in a^x where a € z. • Uses of exponential form when using large numbers

تدریسی معیارات Academic Standards

عددی نظام: 1. صحیح اعداد:-اعداد شناسی	مسئلہ کا حل:-	☆ صحیح اعداد پر (ریاضی کے چار بنیادی اعمال) سوالات کا حل ☆ صحیح اعداد پر مبنی عبارتی سوالات کا حل
	استدلالی ثبوت:-	☆ تشریح کیجئے کہ صفر سے تقسیم کیوں غیر تعریف شدہ ہے ☆ طبعی اعداد کا تقابل اور تفرّق صحیح اعداد سے ☆ اعداد کی خصوصیات (جیسے بندشی، تقلیبی اور تلازمی) جیسے اعداد سے موافق اور مخالف مثالیں پیش کرنا
	اظہار:-	☆ عام اعدادی خصوصیات کو صحیح اعداد پر اطلاق و اظہار ☆ مختلف تدریسی اغراض پر منفی علامتوں کا استعمال
	ربط/تعلق:-	☆ روزمرہ زندگی میں صحیح اعداد کے استعمال کا مشاہدہ کرنا
	نمائندگی:-	☆ عددی خط پر صحیح اعداد کا اظہار ☆ صحیح اعداد کے سوالات کا حل' عددی خط کی مدد سے کرنا
2 . کسور، اعشاریہ اور ناطق اعداد:-	مسئلہ کا حل:-	☆ کسور کے سوالات جو چار بنیادی اعمال پر منحصر ہوں حل کرنا ☆ ناطق اعداد کے سوالات جو چار بنیادی اعمال پر منحصر ہوں حل کرنا ☆ چھوٹی اکائیوں کو بڑی اکائیوں میں تبدیل کرنا اور اس کا مقلوب عمل
	استدلالی ثبوت:-	☆ ناطق اعداد اور کسور میں تفرّق کرنا ☆ ناطق اعداد کی تکثیفی خاصیت کی جانچ
	اظہار:-	☆ ناطق اعداد کے سیٹ کی ضرورت محسوس کرنا اور اظہار کرنا ☆ ناطق اعداد کے خواص کا عام شکل میں اظہار کرنا
	ربط/تعلق:-	☆ کسور، ناطق اعداد اور اعشاری اعداد کے درمیان رشتہ محسوب کرنا اور استعمال کی جانچ
	نمائندگی:-	☆ ناطق اعداد کا عددی خط پر اظہار ☆ ناطق اعداد کو اعشاری شکل میں ظاہر کرنا
الجبراء: 11. قوت نما:-	مسئلہ کا حل:-	☆ مفرد اجزائے ضربی کے ذریعہ بڑے اعداد کو قوت نما میں ظاہر کرنا
	استدلالی ثبوت:-	☆ قوت نما کے قوانین کو مشاہداتی نمونوں کے ذریعہ عام کرنا
	اظہار:-	☆ a^x میں "x" کی تفہیم جہاں $a \in Z$ ☆ بڑے اعداد کو قوت نما میں ظاہر کرنے کے طریقہ کا استعمال

	Connections:	• Uses prime factorization in expression of large numbers in exponential form
	Representation:	• Expresses the large numbers in standard form
Algebra: 10. Algebraic Expression 3. Simple Equations	**Problem Solving**	• Finds the degree of algebraic expressions • Doing addition, subtraction of algebraic expressions (Co-efficient should be integers) • Solves the word problems involving two operations (Which can be expressed as simple equation and single variable)
	Reasoning and Proof	• Generates algebraic expressions involving one or two variables by using the patters
	Communication:	• Writes the standard form of first, second, third order expressions in one or two variables • Converts the daily life problems into simple equations. (Contains one variable only)
	Connections:	• Uses closure, commutative etc. properties in addition and subtraction of algebraic expressions. • Uses solving simple equations in daily life situations.
	Representation:	• Represents algebraic expressions in standard forms
6. Ratio - Applications	**Problem Solving**	• Finds the compound, inverse ratio of 2 ratios • Solves word problems involving unitary methods • Solves word problems involving percentage concept • Solves word problems to find simple interest (Time period in complete years)
	Reasoning and Proof	• Compares the decimals, converting into percentages and vice versa. • Formulates the general principles of ratios and proportions
	Communication:	• Expresses the fractions into percentages and decimal forms and their usage.
	Connections:	• Uses profit and loss concepts in daily life situations (Single transactions only) • Understands and uses the solutions for percentage problems in daily life.
	Representation:	• Converts fractions and decimals into percentage form and vice versa.

	ربط/تعلق:- ☆ مفرد اجزائے ضربی کا استعمال کے ذریعہ بڑے اعداد کو قوت نما کی شکل میں ظاہر کرنا نمائندگی:- ☆ بہت بڑے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کرنا
10. الجبری عبارتیں: 3. سادہ مساواتیں	مسئلہ کا حل:- ☆ الجبری عبارتوں کے درجے معلوم کرنا ☆ الجبری عبارتوں کی جمع و تفریق (قوت صحیح اعداد میں ہوں) ☆ عبارتی سوالات (جو دو بنیادی اعمال پر مبنی ہوں) ☆ (جس میں ایک متغیر کی سادہ مساوات ہوں) استدلالی ثبوت:- ☆ ایک اور دو متغیرات کا استعمال کرتے ہوئے عبارتوں کی تشکیل اظہار:- ☆ ایک یا دو متغیرات پر، ایک درجی، دو درجی اور تین درجی معیاری الجبرائی مساوات لکھنا ☆ روزمرہ زندگی میں پیش آنے والے مسائل کو سادہ مساوات میں ظاہر کرنا (ایک متغیر والی مساوات) ربط/تعلق:- ☆ بندشی و تقابلی خاصیتوں کا عمل جمع اور ضرب کے اعمال کی الجبرائی عبارتوں کے ذریعہ استعمال ☆ روزمرہ زندگی میں سادہ مساوات کا استعمال نمائندگی:- ☆ سادہ مساواتوں کا معیاری شکل میں اظہار
6. فیصد اور اس کا اطلاق	مسئلہ کا حل:- ☆ دو نسبتوں کا مرکب و معکوس نسبت معلوم کرنا ☆ اکائی طریقہ پر عبارتی سوالات اور اُس کا حل ☆ فیصدی طریقہ پر عبارتی سوالات کا حل ☆ سود مفرد کے عبارتی سوالات کو حل کرنا (مدت مکمل سال میں) استدلالی ثبوت:- ☆ اعشاری اعداد کا تقابل اور ان کا فیصد میں اظہار اور ان کا برعکس ☆ نسبت اور تناسب کے عام اُصول کی تشکیل اظہار:- ☆ کسور کو اعشاری اعداد اور فیصد میں ظاہر کرنا اور ان کا استعمال ربط/تعلق:- ☆ نفع اور نقصان کے تصور کو روزمرہ زندگی سے جوڑنا ☆ روزمرہ زندگی فیصدی کا حل اور اُن کا استعمال نمائندگی:- ☆ کسور کو اعشاری اعداد اور فیصد میں ظاہر کرنا اور اس کا برعکس

9. Construction of Triangles	**Problem Solving**	• Construct triangles using given measurements.
	Reasoning and proof	• ______________________________
	Communication:	• ______________________________
	Connections:	• ______________________________
	Representation:	• ______________________________
12. Quardilateral	**Problem Solving**	• ______________________________
	Reasoning and proof	• Differentiates the convex, concave quadrilaterals. • Verifies and justifies the sum angle property of quadrilaterals.
	Communication:	• Explains the inter relationship between triangle and quadrilateral. • Explains the different types quadrilaterals based on their properties.
	Connections:	• Tries to define the quadrilateral. • Classifies the given quadrilaterals using their properties and their inter relationship.
	Representation:	• ______________________________
15. Symmetry	**Problem Solving**	• Rotate the figure and find its angular symmetry.
	Reasoning and proof	• Can differentiate linear and reflection symmetry using objectives or figures.
	Communication:	• Gives examples that have reflection symmetry.
	Connections:	• ______________________________
	Representation:	• ______________________________

9. مثلثات کی بناوٹ Construction of Triangles:-	مسئلہ کا حل:- ☆ دیئے گئے پیمائش کی مدد سے مثلثات بنانا استدلالی ثبوت:-....................... اظہار:- .... ربط/تعلق:- .... نمائندگی:- ....
12. چار ضلعی Quadrilateral	مسئلہ کا حل:- .... استدلالی ثبوت:- ☆ محدب ومقعر چار ضلعی اشکال میں فرق ☆ چار ضلعی کے زاویوں کے مجموعہ کی خاصیت کی جانچ وتصدیق اظہار:- ☆ مثلث اور چار ضلعی کے درمیان باہم رشتہ ☆ چار ضلعی کے اقسام کو اُن کی خصوصیات کی بناء پر تشریح کرنا ربط/تعلق:- ☆ چار ضلعی کو سمجھایئے ☆ دیئے گئے چار ضلعی کے خواص کے لحاظ سے ان کی درجہ بندی کرنا اور آپس میں رشتہ محسوب کرنا نمائندگی:- ....
15. تشاکل Symmetry:-	مسئلہ کا حل:- ☆ اشکال کو گھمایئے اور ان کے زاویئے تشاکل معلوم کیجئے استدلالی ثبوت:-☆ کیا آپ خطی و منعکسی تشاکل کا استعمال اشیاء، اشکال میں کر سکتے ہیں اظہار:- ☆ منعکس تشاکل کی مثالیں دیجئے ربط/تعلق:- .... نمائندگی:- ....

14. Understanding 3-D and 2-D shapes	**Problem Solving**	• Identifying and counting of faces, Edges, Vertices, nets for 3D Fig (Cube, Cuboid, Cone, Cylender).
	Reasoning and proof	• Matches picture with 3-D objects and visualize fells the Faces, Edges, Vertices etc.
	Communication:	• ______________________________
	Connections:	• ______________________________
	Representation:	• Can draw simple 3-D shapes in to 2-D figures.
Mensuration 13. Area and Perimeter	**Problem Solving**	• Solves the problem of Area and perimeter for square, rectangle, parallelogram, triangle and Rhombus shapes of things.
	Reasoning and Proof	• Understands the relationship between square, Rectangle, Parallelogram with triangle shapes for finding the area of triangle. • Understands the Area of Rhombus by using area of triangles.
	Communication:	• Explains the concept of Measurement using a basic unit.
	Connections:	• Applies the concept of Area perimeter to find the daily life situation problems (Square, Rectangle, Parallelogram, Triangle, Rhombus and Circle) • Applies the concept of area of Rectangle, Circle. • Finds the area of the rectangular paths, Circular paths.
	Representation:	• Represent word problems as figures.
7. Data Handling	**Problem Solving**	• Organization of raw data into classified data. • Solves the problems for finding the Mean, Medium, Mode of ungrouped data
	Reasoning	• Understands the Mean, Mode and Medium of ungrouped data and what they represent.
	Communication:	• Explains the Mean, Mode and Medium for ungrouped data.
	Connections:	• Understands the usage of Mean, Mode and Medium in daily life situation problems. • Understands the usage of double graphs and pie graphs in daily life situation (Year wise population, Budget, Production of crops etc.)
	Representation:	• Representation of Mean, Medium and Mode for ungrouped data. • Representation of the data in to double bar graphs and pie graphs.

14. 2D اور 3D اشکال کی تفہیم اور اُن کے اشکال:-	مسئلہ کا حل:-	☆ دی گئی 3D اشکال جیسے مکعب، مکعب نما، مخروط، استوانہ کے ضلعے، زاویئے، راس، سطحوں، جال کی شناخت کرنا اور اُن کی گنتی کرنا
	استدلالی ثبوت:-	☆ 3D اشکال کو اشیاء سے منسلک کرنا ان کا مشاہدہ کرنا خاص کر سطح، کنارے اور راس وغیرہ
	اظہار:-	☆ روزمرہ زندگی میں 2D-3D اشکال کی شناخت اور اطلاق
	ربط/تعلق:-	☆ 2D اور 3D اشکال کا روزمرہ زندگی کے اشیاء سے ربط کرنا
	نمائندگی:-	☆ 3D اشکال 2 ابعادی سطحوں پر کیا ہم بنا سکتے ہیں
13. مساحت (Mensuration): رقبہ اور احاطہ:-	مسئلہ کا حل:-	☆ مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، مثلث اور معین کے رقبے اور احاطہ پر منحصر سوالات حل کیجئے۔
	استدلالی ثبوت:-	☆ مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع اور مثلث میں رشتہ محسوب کرنا اور ان کا رقبہ معلوم کرنا ☆ مثلث کے رقبے کی مدد سے معین کے رقبہ کی تفہیم
	اظہار:-	☆ بنیادی اکائی کے استعمال سے پیمائشی تصورات کی وضاحت
	ربط/تعلق:-	☆ روزمرہ زندگی میں احاطہ اور رقبہ کے تصوارات کو اطلاق کرتے ہوئے سوالات حل کرنا (مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، مثلث، معین اور دائرہ) ☆ دائری اور مستطیل کے رقبوں کے تصورات کا استعمال ☆ دائروی راستے اور مستطیلی راستے کے رقبے معلوم کرنا
	نمائندگی:-	☆ عبارتی سوالات کا اشکال میں اظہار
7. معطیات کا اظہار Data Handling:-	مسئلہ کا حل:-	☆ خام معطیات کی منتظم معطیات میں تشکیل ☆ خام معطیات کی مدد سے اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ معلوم کرنا۔
	استدلالی ثبوت:-	☆ خام اشیاء کا اوسط، وسطانیہ اور بہتاتیہ کیا پیش کرتے ہیں۔
	اظہار:-	☆ خام معطیات کے ذریعہ اوسط، وسطانیہ، بہتاتیہ کو سمجھائیے
	ربط/تعلق:-	☆ روزمرہ زندگی اوسط، بہتاتیہ وسطانیہ، کا استعمال اور تفہیم ☆ روزمرہ زندگی میں معطیات کا، دُہری مستطیلی گراف، پئی گراف کی مدد سے اظہار (مردم شماری، بجٹ، فصل کی پیداوار)
	نمائندگی:-	☆ خام معطیات کے ذریعہ، اوسط، وسطانیہ، بہتاتیہ، کو پیش کرنا ☆ معطیات کو دُہری مستطیلی گراف، اور پائی گراف سے ظاہر کرنا

LEARNING OUTCOMES

MATHEMATICS — CLASS 7

The learner....

- Solves problems involving four fundamental operations on integers.
- Solves problems related to daily life situations involving fractions, rational numbers and decimals.
- Uses exponential form of the numbers to simplify problems involving multiplication and division of large numbers.
- Solves problems in daily life related to profit-loss, interest by using percentage and ratio.
- Solves problems in daily life involving linear equations in one variable.
- Demonstrates the types of angles formed by intersections of any two lines.
- Explains the properties of angles formed in and outside of a triangle.
- Explains congruency of triangles on the basis of the information given about them(like SSS, SAS, ASA, RHS).
- Using ruler and a pair of compasses constructs triangles with given measurements.
- Finds the areas of parallelogram, triangle, and rhombus. Estimates the value of pi.
- Calculates mean, median and mode of the ungrouped data of daily life.
- Identifies 3D shapes like sphere, cube, cuboids, cylinder and cone in real life situations and prepares net shapes to them.
- Explains line symmetry, rotational symmetry and point symmetry.